

## COMUNICACIONES - AÑO 2015

### Práctica 2: Fuentes de Ruido. Ruido en Dipolos y Cuadripolos.

#### Figura de Ruido.

#### 1. Ruido Térmico vs. Ruido Blanco

En la teoría vimos que, bajo ciertas hipótesis, podía modelarse a la tensión aleatoria producida por agitación térmica de los electrones en un conductor con resistencia  $R$ , como un PAESA real, gaussiano, con media nula y correlación  $R_{EE}(\tau) = kTR\alpha e^{-\alpha|\tau|}$ , donde  $T$  es la temperatura a la que se encuentra el conductor (en Kelvin),  $k$  la constante de Boltzmann ( $1,38 \times 10^{-23} J/K$ ), y  $\alpha$  la cantidad promedio de choques de un electrón con partículas más pesadas por segundo ( $\approx 10^{14}$  choques por seg. en el cobre).

- Calcule la potencia de la tensión aleatoria  $E(t)$  generada en un cable de cobre a  $300K$  y con  $R = 2,415\Omega$ . Grafique  $\rho_{EE}(\tau) = R_{EE}(\tau)/R_{EE}(0)$ . ¿Cuál es la mínima separación temporal que deben tener dos muestras de ruido para que su correlación sea menor al 1%?
- Calcule la DEP de  $E(t)$ ,  $S_{EE}(f)$ . Grafique  $S_{EE}(f)/S_{EE}(0)$  e indique la zona de frecuencias en las que la DEP es prácticamente constante (donde  $|1 - S_{EE}(f)/S_{EE}(0)| < 1/100$ ).
- Supongamos que este PA es aplicado a la entrada de un SLIT con respuesta impulsional  $h(t)$  (y respuesta en frecuencia  $H(f)$ ) obteniéndose  $W(t)$  a la salida. ¿Qué característica debería tener  $H(f)$  para que sea válido aproximar  $S_{WW}(f) \approx S_{EE}(0)|H(f)|^2$ ?  
Interprete el significado de esta aproximación en el dominio del tiempo.
- Para concretar ideas suponga que  $H(f) = \Pi(f/2B)$ , con  $2B=100GHz$ . Calcule la potencia de  $W(t)$  usando la aproximación y en forma exacta. ¿Cuanto es el error cometido? ¿Y si  $2B=1THz$ ?

Note que a los fines prácticos la aproximación significa utilizar ruido blanco como modelo simplificado para ruido térmico. Sin embargo, un uso incorrecto de este modelo podría llevarnos a conclusiones erróneas, como suponer que la potencia disponible en una resistencia es infinita.

- Supongamos ahora que  $E(t)$  ingresa a un sistema no lineal. Tomemos por ejemplo  $Y(t) = E^2(t)$ . Calcule  $E\{Y(t)\}$ . ¿Qué sucedería si tratara de utilizar el modelo de ruido blanco para  $E(t)$ ?

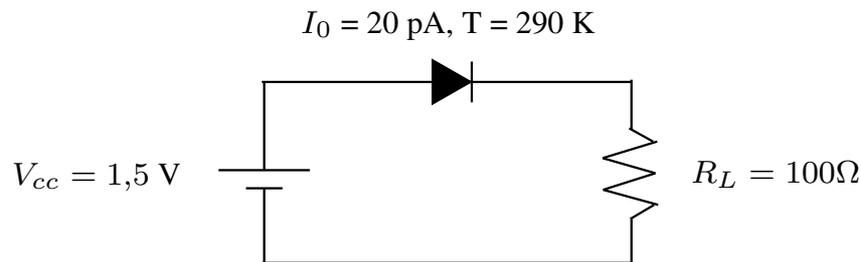
#### 2. Simulando Ruido Shot

Verificaremos los resultados teóricos sobre la DEP de un PA formado por suma de pulsos cuyos momentos de aparición son aleatorios y corresponden a un proceso de arribos de Poisson mediante simulación.

- Genere un vector con 1000 valores aleatorios con distribución exponencial y valor medio  $1/\alpha = 1$ . Acumulando estos valores obtenga los tiempos de arribo de un proceso de Poisson.
- Considerando un tiempo entre muestras  $T = 10ms$ , genere un PA discreto con valor 1 en los instantes que hubo arribo (redondeados a 10ms) y 0 en caso contrario. La cantidad de muestras debería ser aproximadamente 100000. Grafique.
- Verifique que el valor medio del proceso es  $\alpha T$  (usando ergodicidad en media). Restando este valor obtendremos nuestro proceso de ruido shot simulado. Calculando la DEP de este proceso -en forma aproximada con varias `fft` de 10000 muestras- compruebe que tiene espectro plano y verifique el valor de la potencia del proceso  $\alpha T$ .
- Genere un pulso de duración 10s de acuerdo a la fórmula  $p(t) = \frac{1}{5}t.u(t).e^{-t^2/10}$  (pulso de área unitaria). Obtenga el nuevo proceso de ruido shot con forma de pulso "realista" por convolución. Grafique.
- Observe a qué frecuencias queda restringido el espectro del proceso con esta nueva forma de pulso. Verifique que a bajas frecuencias la DEP no resulta alterada. Si el tiempo de muestreo fuera 0.01ps (y entonces la duración del pulso fuera 10ps) ¿Hasta qué frecuencias podría considerarse plano el espectro? Considere un apartamiento de 1dB.

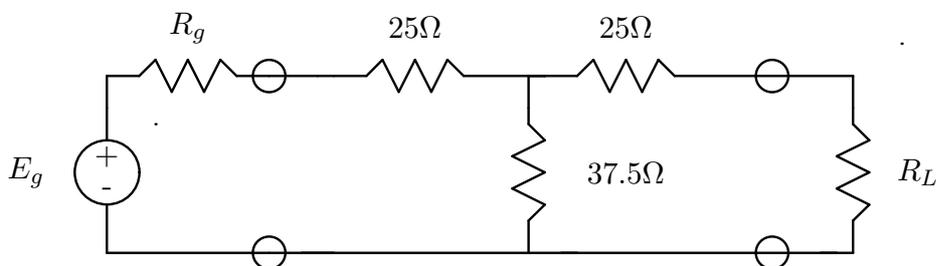
### 3. Algunos circuitos simples

- Determine la temperatura equivalente de un dipolo formado por dos resistencias  $R_1$  y  $R_2$  a temperaturas  $T_1$  y  $T_2$  conectadas en serie. Repita lo anterior para la conexión en paralelo. Verifique sus resultados para el caso  $T_1 = T_2$ .
- Un modelo más realista de un capacitor consiste en agregarle al capacitor ideal  $C$  una resistencia en paralelo  $R_p$  y luego otra resistencia serie  $R_s$  para considerar las pérdidas existentes. Suponiendo que estas resistencias generan ruido térmico y que se encuentran a temperatura  $T_c$  calcule la DEP de ruido del capacitor normalizada (en  $V^2/\text{Hz}$ ) y la DEP disponible de ruido del capacitor (en  $\text{W}/\text{Hz}$ ). Calcule la temperatura equivalente de ruido para este modelo del capacitor.
- En el circuito de la figura, determine la potencia de ruido que se disipa sobre la carga  $R_L$  (suponga a ésta última sin ruido), en un ancho de banda de 1GHz. Compare con la potencia de continua que se disipa en la carga.



### 4. Un atenuador todo terreno

Con este sencillo atenuador (una T de resistencias) intentaremos comprender qué influencia tienen en el valor de la ganancia y de la figura de ruido de un cuadripolo distintas condiciones externas. Para ello, calcularemos estos valores cambiando las condiciones de adaptación y las temperaturas involucradas.



- Suponga que  $R_g = R_L = 50\Omega$  y que la temperatura física de  $R_g$  y del cuadripolo es  $T_0 = 290\text{K}$ . Calcule la ganancia de potencia del cuadripolo, su figura de ruido y su temperatura equivalente de ruido. Note que en este caso hay adaptación en la entrada y en la salida del cuadripolo.
- Suponga que  $R_g = 125\Omega$  y  $R_L = 50\Omega$  y que temperatura física de  $R_g$  y del cuadripolo es  $T_0 = 290\text{K}$ . Calcule la ganancia de potencia del cuadripolo, su figura y su temperatura equivalente de ruido.
- Suponga que  $R_g = 50\Omega$  y  $R_L = 125\Omega$  y que temperatura física de  $R_g$  y del cuadripolo es  $T_0 = 290\text{K}$ . Calcule la ganancia de potencia del cuadripolo, su figura y su temperatura equivalente de ruido.
- Suponga que  $R_g = R_L = 50\Omega$  y la temperatura física del atenuador es  $T_a = T_0 = 290\text{K}$  (como en a)) pero la temperatura de  $R_g$  es  $T_g = 580\text{K}$ . ¿Cambia la figura de ruido del cuadripolo respecto a la calculada en a)? Calcule el cociente entre la relación señal a ruido de la entrada y la relación señal a ruido de la salida. ¿Puede expresar el resultado en función de la temp. equivalente y  $T_g$ ?
- Repita el inciso anterior si  $T_g = 145\text{K}$  y  $T_a = T_0 = 290\text{K}$ .
- De los valores  $R_g, R_L$ , o  $T_g$ , externos al cuadripolo ¿cuáles modifican su figura de ruido? ¿Con qué valores de estos parámetros se logra la mínima figura de ruido?

**Nota:** Recuerde que las conclusiones de este ejercicio son válidas para cuadripolos pasivos.

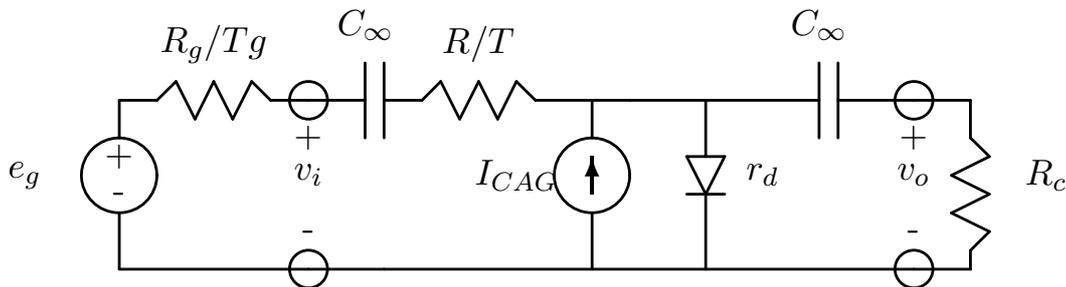
## 5. Usando la figura de ruido

- Considere un cuadripolo que puede modelarse como un filtro pasabanda ideal entre 1MHz y 5MHz. Suponga que a su entrada hay una resistencia  $R_g = 50\Omega$  a una temperatura  $T_g = 230K$ . La salida está cargada con una resistencia  $R_L = 50\Omega$  y ambos puertos están adaptados. Si al medir la tensión a la salida se encuentra que  $\bar{e}_0^2 = 1pV^2$  ¿cuál es la figura de ruido del cuadripolo?
- Se conecta una antena a un receptor que tiene una temperatura equivalente de ruido  $T_r = 100K$ , ganancia de potencia disponible  $G_D = 80dB$  y ancho de banda de ruido  $B_N = 10MHz$ . Si la potencia de ruido de salida es  $4\mu W$  encuentre la temperatura equivalente de la antena.
- En una estación receptora la potencia de señal disponible en la antena es  $P$ . Entre la antena y la entrada del receptor hay un cable coaxil con atenuación  $L$  a temperatura  $T_0 = 290K$ . Otra estación (que se encuentra más alejada) recibe potencia  $P/L$  pero tiene el receptor conectado directamente a la antena. Suponiendo que la temperatura equivalente de ruido de la antena es  $T_a$  y la figura de ruido del receptor es  $F$  en los dos casos ¿Cuál es la estación que produce mejor relación señal a ruido ( $S/N$ ) en un ancho de banda  $\Delta f$  a la entrada de su receptor? Justifique calculando la  $S/N$  para las dos estaciones en los casos  $T_a < T_0$  y  $T_a > T_0$ .

## 6. Control Automático de Ganancia

El circuito de la figura es un esquema básico de un amplificador cuya ganancia puede controlarse mediante la corriente  $I_{CAG}$  (este tipo de sistemas se utilizan a menudo en los receptores de comunicaciones para compensar cambios en el nivel de potencia recibida). La corriente  $I_{CAG}$  polariza al diodo en directa, modificando su resistencia dinámica, resultando para la señal un divisor resistivo entre  $(R_g + R)$  y  $r_d = V_T/I_{CAG}$ , con  $V_T = kT/q \simeq 25mV$  para  $T = 290K$ .

Supondremos:  $e_g$  (valor rms)  $\ll V_D$  (tensión del diodo),  $R = R_g \gg r_d$ , y  $T_g = T = 290K$ .

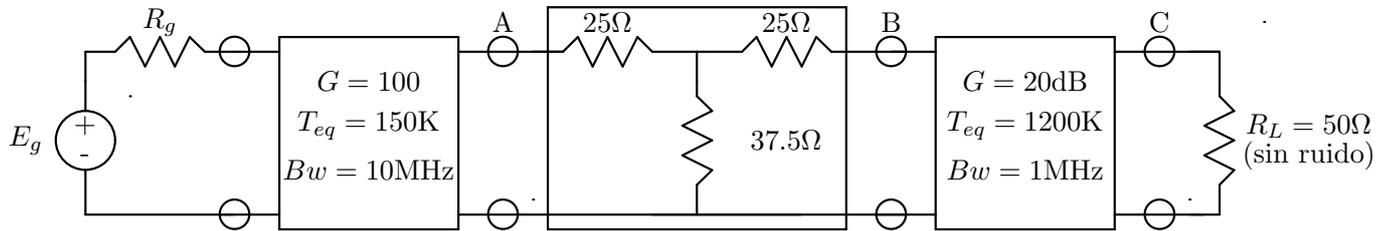


- Dibuje un circuito equivalente de pequeña señal que incluya las fuente de ruido internas de las resistencias y del diodo (suponga capacitores y fuente de corriente ideales).
- Calcular la relación señal a ruido (en un ancho de banda  $\Delta f$  mayor que el ancho de banda de señal) a la entrada y a la salida del circuito de CAG.
- Calcular la  $T_{eq}$  y la figura de ruido del sistema de CAG (el cuadripolo) para  $R = 50\Omega$ ,  $I_{CAG} = 25mA$ .

## 7. Tributo a Friis

- Una fuente con temperatura equivalente de ruido  $T_s = 1000K$  es seguida por una cascada de tres amplificadores. El primero tiene temperatura equivalente de ruido  $T_1 = 300K$  y ganancia de potencia disponible  $G_1 = 10dB$ . El segundo tiene figura de ruido  $F_2 = 6dB$  y  $G_2 = 30dB$ , y el último  $F_3 = 11dB$  y  $G_3 = 30dB$ . Suponga que el ancho de banda de trabajo es  $50kHz$  y que todas las etapas están adaptadas.
  - Calcule la figura de ruido y la temperatura equivalente de la cascada.
  - Repita los cálculos anteriores si los amplificadores 1 y 2 se intercambian.
  - Suponiendo la configuración de I. encuentre la potencia de señal necesaria en antena para tener una relación señal a ruido a la salida de  $40dB$ . Repita el cálculo para la configuración de II.
  - ¿Qué conclusión puede obtener de la comparación de los casos analizados previamente?

- b) El siguiente es un modelo para cálculos de ruido de la etapa de RF de un receptor de transmisiones inalámbricas en 900MHz. La fuente es una antena que provee una potencia disponible de  $-40\text{dBm}$  (en un ancho de banda  $< 1\text{MHz}$ ) tiene una impedancia  $R_g = 50\Omega$ , y una temperatura de ruido equivalente  $T_g = 300\text{K}$ . Todos los bloques se encuentran adaptados a  $50\Omega$  a temperatura física  $T_a = 300\text{K}$ .

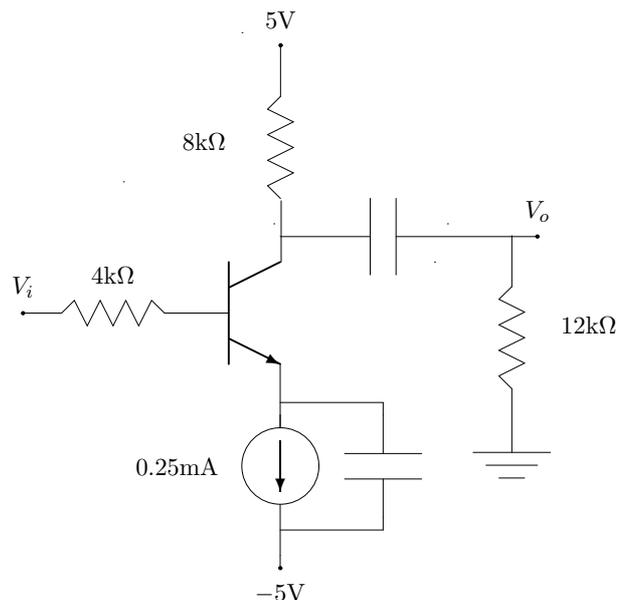


- I. Calcule la relación señal a ruido en los puntos A, B (en los anchos de banda 1 y 10MHz) y C.
- II. Calcule la figura de ruido (en veces y en dB) de la cascada de los 3 cuadripolos.
- III. Calcule la potencia de ruido disponible en el punto C.

### 8. ★ Transistor en Emisor Común

La figura muestra un transistor bipolar en emisor común. Considere que los capacitores son suficientemente grandes como para que no afecten al circuito de pequeña señal y que el transistor se encuentra a temperatura  $T_0 = 290\text{K}$ . Suponga además que para la polarización mostrada  $\beta = h_{fe} = 100$  y desprecie las capacidades  $C_{be}$  y  $C_{bc}$ . Recuerde que  $g_m = qI_C/kT = h_{fe}/h_{ie}$ .

- a) Calcule la figura y la temperatura equivalente de ruido del amplificador, considerando que la resistencia de fuente es  $R_s = 4k\Omega$  como se indica en la figura.
- b) Vuelva a calcular la figura de ruido y la temperatura equivalente de ruido pero en condiciones de adaptación en la entrada, es decir si se modifica la resistencia de fuente al valor  $R_s = h_{ie}$ .
- c) Calcule una vez más la figura de ruido y la temperatura equivalente de ruido para el nuevo valor  $R_s = 1k\Omega$ . Saque conclusiones. Compare con los resultados del ejercicio 4.



## Algunos resultados

1. a)  $\Delta t = 46\text{fs}$ .  
 b)  $|f| \leq 1,6\text{THz}$ .  
 c) Ancho de banda del sistema  $\ll 1,6\text{THz}$ . Las constantes de tiempo del sistema deben ser  $\gg \Delta t$ .  
 d) Si  $2B = 100\text{GHz}$  el error es  $6,57\text{fV}^2$ . Si  $2B = 1\text{THz}$  el error es  $6,57\text{pV}^2$ .  
 e)  $E\{Y(t)\} = kTR\alpha = 1\mu\text{V}^2$ . Si se usara el modelo de ruido blanco daría  $\infty$ .
3. a) Serie:  $T_{eq} = T1\frac{R_1}{R_1+R_2} + T2\frac{R_2}{R_1+R_2}$ .  
 Paralelo:  $T_{eq} = T1\frac{R_2}{R_1+R_2} + T2\frac{R_1}{R_1+R_2}$ .  
 b) DEP (normalizada, en  $\text{V}^2/\text{Hz}$ ) =  $2kT_c\Re\{Z\} = 2kT_c\left\{R_s + \frac{R_p}{1+(2\pi fR_pC)^2}\right\}$ .  
 DEP (disponible, en  $\text{W}/\text{Hz}$ ) =  $kT_c/2$ . Entonces,  $T_{eq} = T_c$ .  
 c)  $P_{ruido} = 0,2\text{pW}$ ,  $P_{cont} = 10\text{mW}$
4. a)  $G_p = 1/9$ ,  $F = 9$ , y  $T_{eq} = 8T_0 = 2320\text{K}$ .  
 b)  $G_p = 1/9$ ,  $F = 11$ , y  $T_{eq} = 10T_0 = 2900\text{K}$ .  
 c)  $G_p = 1/11$ ,  $F = 9$ , y  $T_{eq} = 8T_0 = 2320\text{K}$ .  
 d)  $F = 9$ , pero  $SNR_E/SNR_S = 5$   
 e)  $F = 9$ , pero  $SNR_E/SNR_S = 17$   
 f) Sólo  $R_g$  modifica la figura de ruido. La menor se obtiene con  $R_g = 50$ .
5. a)  $F = 1,46 \equiv 1,63\text{dB}$ .  
 b)  $T_a = 190\text{K}$ .  
 c) Estación 1:  $S/N = \frac{P}{k[T_a+(L-1)T_0]\Delta f}$ . Estación 2:  $S/N = \frac{P}{k[T_aL]\Delta f}$ .  
 Si  $T_a < T_0$  tiene mejor  $S/N$  la estación 2. Si  $T_a > T_0$  es al revés.
6. c)  $F = 2 + \frac{2R}{r_d} = 102 \equiv 20,1\text{dB}$  y  $T_{eq} = (1 + \frac{2R}{r_d})T_0 = 29290\text{K}$ .
7. a) i.  $F_{123} = 2,33 \equiv 3,67\text{dB}$ , y  $T_{123} = 386,75\text{K}$ .  
 ii.  $F_{213} = 3,98 \equiv 6\text{dB}$ , y  $T_{213} = 865,39\text{K}$ .  
 iii.  $S_I = 10000k(T_a + T_{123})\Delta f = 9,57\text{pW}$ .  $S_{II} = 10000k(T_a + T_{213})\Delta f = 12,87\text{pW}$ .  
 iv. En general, en un receptor conviene utilizar como primer amplificador al de menor figura de ruido (si tiene una ganancia aceptable).  
 b) i.  $S/N_A(1\text{MHz}) = 72\text{dB}$ ,  $S/N_A(10\text{MHz}) = 62\text{dB}$ .  
 $S/N_B(1\text{MHz}) = 71,8\text{dB}$ ,  $S/N_B(10\text{MHz}) = 61,8\text{dB}$ .  $S/N_C(1\text{MHz}) = 70,9\text{dB}$ .  
 ii.  $F = 1,98 \equiv 3\text{dB}$ .  
 iii.  $N_C = 8,95\text{pW}$ .
8. a)  $F = 1,219 \equiv 0,86\text{dB}$ .  $T_e = 63,5\text{K}$ .  
 b)  $F = 1,514 \equiv 1,8\text{dB}$ .  $T_e = 149\text{K}$ .  
 c)  $F = 1,105 \equiv 0,435\text{dB}$ .  $T_e = 30,5\text{K}$ .  
 En este caso la mínima figura de ruido no se logra en una condición de adaptación.