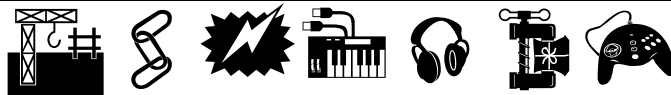


Publicación de Física II para *Diseño Industrial*



Máquinas eléctricas de Corriente Continua

Ing. Cristian Alejo Zujew

INDICE:

| | |
|---|----|
| Capítulo 1. Introducción histórica | 2 |
| De cómo empezó todo..... | 2 |
| Primer Motor | 2 |
| Primer Electroimán | 3 |
| Capítulo 2. Fundamentos Físico - Matemáticos | 4 |
| Fuerza de Lorentz..... | 4 |
| Ley de Faraday..... | 4 |
| Capítulo 3. Aproximación al tema: La espira | 5 |
| Fuerzas Mecánicas..... | 5 |
| Fuerza Contraelectromotriz | 6 |
| Conclusión..... | 7 |
| Capítulo 4. Por fin el Motor | 8 |
| Diferencias entre el modelo teórico de una espira y la realidad | 8 |
| Cupla del Motor de Continua..... | 9 |
| Fuerza Contraelectromotriz del Motor de Continua..... | 9 |
| Potencia Eléctrica | 9 |
| Relación entre el campo y la velocidad | 10 |
| Capítulo 5. Detalles de aplicación | 11 |
| Corrientes de arranque..... | 11 |
| Tipos de Conexión..... | 11 |
| Conexión Derivación..... | 12 |
| Conexión Serie | 12 |
| Despiece..... | 14 |
| Capítulo 6: Ejercicios resueltos | 15 |
| Bibliografía..... | 17 |

Capítulo 1. Introducción histórica

De cómo empezó todo

Corría el año **1819** cuando el físico danés **Han Oersted**, al demostrar a estudiantes el calentamiento eléctrico de un alambre de platino conectado a una pila voltaica[©], advierte que la aguja de una brújula próxima se mueve cada vez que se establece la conexión eléctrica del ensayo. Advierte entonces que debe haber una relación entre la electricidad y el magnetismo.

Este fenómeno experimental tuvo una base teórica (con una prontitud notable) de la mano de **André Marie Ampère** el cual propuso que un campo magnético envolvía el cable que conduce la corriente (esto fue luego comprobado extensamente por los experimentos de Michael Faraday). Con ello sentó las bases de un nuevo principio – el electromagnetismo- y diferenció *tensión eléctrica* de *corriente eléctrica* como causa y efecto respectivamente.

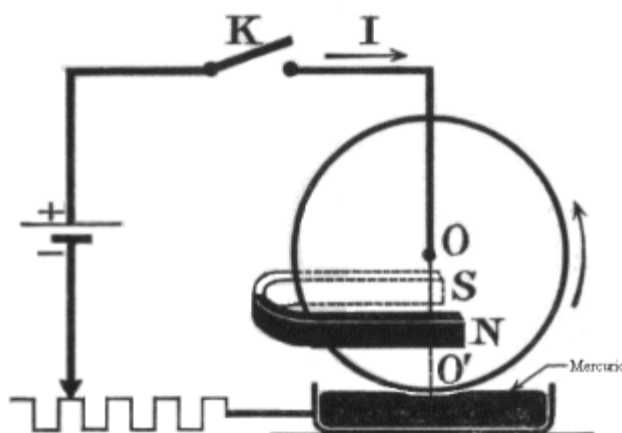
Experimentando con dos conductos paralelos, uno móvil y otro fijo, encuentra que si la corriente se desplaza en la misma dirección por ambos conductores, el conductor fijo atrae al conductor móvil; en cambio, si la corriente se desplaza en sentidos opuestos, los conductores se repelen. En este experimento encuentra un comportamiento análogo al de los imanes le ayuda a dar forma a las primeras relaciones fundamentales.

Los primitivos electroimanes construidos por Ampère son pioneros en un espacio de experimentación que alcanza luego su apogeo con los aportes del estadounidense Joseph Henry.

Pero continuando con Ampère también hay que destacar que expandió los lineamientos primitivos de estos descubrimientos e inventó la aguja astática (basada en la brújula), lo cual dio una base para los posteriores desarrollos de galvanómetros. Además demostró que un solenoide (cable enrollado en forma de resorte) aumentaba considerablemente el campo magnético generado, en proporción directa con la cantidad de vueltas que se le diera al cable.

Antes que se secase la tinta del manuscrito de Ampère, **Johann Schweigger** de Nuremberg aumenta el movimiento de las agujas imantadas inmersas en campos electromagnéticos utilizando bobinas en lugar de conductores simples y produce el primer galvanómetro práctico anunciando su descubrimiento en la Universidad de Halle el 16 de septiembre de **1820**. Entre otros antecedentes que se encuentran respecto al galvanómetro está la versión astática de aguja fabricado por Nobili (**1825**), en Florencia.

Primer Motor



Por estos años también se produce el primer experimento de movimiento rotativo que realizó el británico **Peter Barlow** mediante un disco de cobre al que hacía circular una corriente entre el eje y el perímetro y situando el disco en interior de un imán en forma de herradura (gráfico).

Para facilitar el contacto eléctrico en la periferia del disco utilizó una bandeja con mercurio.

Este experimento se hizo famoso con el nombre de rueda de Barlow.

[©] la misma desarrollada en el 1800 por Volta.

Tanto en el galvanómetro como en la rueda de Barlow nos encontramos con las primeras experiencias que relacionan los campos magnéticos (o corrientes) con movimientos controlados. El siguiente paso en esta historia lo dio Faraday.

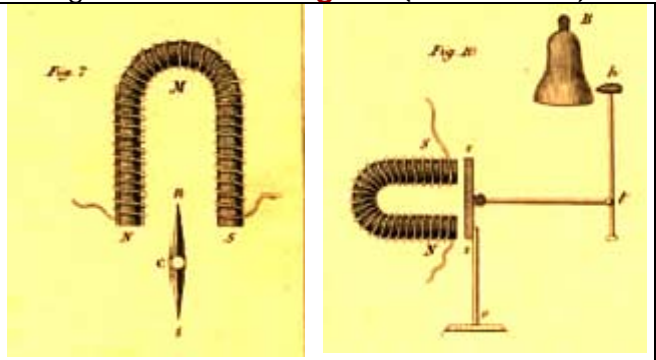
Con respecto a él es evidente que estaba al tanto de todos los descubrimientos de sus contemporáneos al igual que Ampère. En **1821** dibujó un campo magnético alrededor de un conductor transportando corriente eléctrica. En **1831 Michael Faraday** analizando las consecuencias de la Ley de Ampère (la corriente eléctrica produce un campo magnético) trató de obtener el caso antagónico (el campo debería producir corriente), y tras un experimento fallido en el que supuso que con dos circuitos próximos induciría corriente en uno de ellos, decidió sustituir uno de los circuitos por un imán y encontró que al moverlo se creaba una corriente en el que le quedaba. O sea: el magnetismo produce electricidad a través del movimiento (o mejor dicho: cualquier cambio en el campo produce electricidad).

Pero con estos descubrimientos también había inferido que el trabajo mecánico empleado en mover un imán podía transformarse en corriente eléctrica y encarga en **1832** a Hippolyte Pixii de Francia el primer **generador eléctrico** o dinamo. Más adelante hizo posible la invención del **transformador** y fue precursor en el desarrollo de los primeros **motores eléctricos**.

Primer Electroimán

Un electroimán es un dispositivo que utiliza corriente eléctrica para generar un campo magnético. Generalmente se construye enrollando alambre de metal alrededor de un núcleo de hierro o acero. También pueden emplearse níquel y cobalto. El primer electroimán data de **1823** y lo construye el inglés **William Sturgeon** (1753 - 1850).

En los dibujos de la derecha vemos dos bocetos de propio Sturgeon. El primero es la indicación de cómo su electroimán en herradura desviaba una brújula. El segundo es la ingeniosa invención creada para un campanario eléctrico. Nótese que cada vuelta del bobinado está bien separada de las otras. Esto es por que el arrollamiento estaba confeccionado en alambre de cobre desnudo y, por tanto, era imprescindible que las espiras no se toquen.



Luego, entre **1828** y **1831**, el norteamericano **Joseph Henry** (1799 - 1878) perfeccionó enormemente los electroimanes de Sturgeon; empleó alambre de cobre aislado con seda (de una de las enaguas, dicen, de su esposa) y lo enrolló alrededor de la barra de hierro formando varias capas encimadas, con lo que aumentaba enormemente la fuerza del imán resultando. Los detalles constructivos que empleó en este electroimán constituyeron la base de gran número de máquinas eléctricas posteriores.

Entre otras investigaciones destacadas se le reconoce a Henry una importante contribución en el concepto de Inductancia (propia y mutua) que desarrolló prácticamente en forma simultánea con de Faraday (pero este último publicó con anterioridad sus trabajos de investigación) y alcanzó a construir su propia versión de motor eléctrico.

Ya dijimos que Faraday estudió el descubrimiento de Oersted y repitió todos sus experimentos así como los de Ampère. Como resultado de ello, hizo su primer descubrimiento en electromagnetismo, el principio del motor eléctrico. Las denominadas "rotaciones electromagnéticas" de Faraday se difundieron rápidamente por toda Europa.

Antes de ingresar a fondo en el análisis del motor veamos los principios básicos que lo rigen:

Capítulo 2. Fundamentos Físico - Matemáticos

Fuerza de Lorentz

Una partícula puntual en movimiento con una cantidad de carga q en presencia de un campo magnético B experimenta una fuerza F cuya relación dada por la llamada fuerza de Lorentz^①

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Pero para el caso de un circuito con corriente, ya hemos visto que la fuerza se deriva de la ecuación anterior y termina en la expresión:

$$\vec{F} = \int I.d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad \text{①}$$

Siendo esta última la que nos permite calcular la fuerza de una espira con corriente dentro de un campo (base de todo motor).

Ley de Faraday

En términos generales llegamos en los párrafos anteriores que cualquier "cambio en el campo (magnético) produce electricidad" o induce corriente en un circuito.

Si la fem inducida la llamamos ε y el flujo magnético es ϕ la ecuación es:

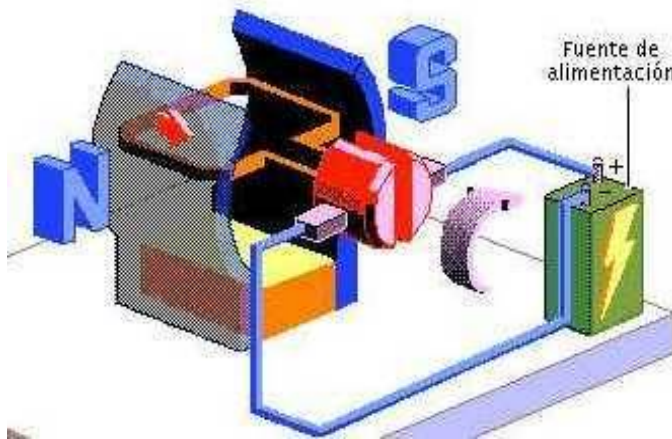
$$\varepsilon = -\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad \text{②}$$

Que expresa claramente el concepto que queremos expresar: cualquier variación en el flujo magnético produce una tensión inducida.

^① en homenaje a Hendrik Antoon Lorentz importante investigador Holandés maestro en las ciencias del electromagnetismo, la luz, la electricidad y la óptica.

Capítulo 3. Aproximación al tema: La espira

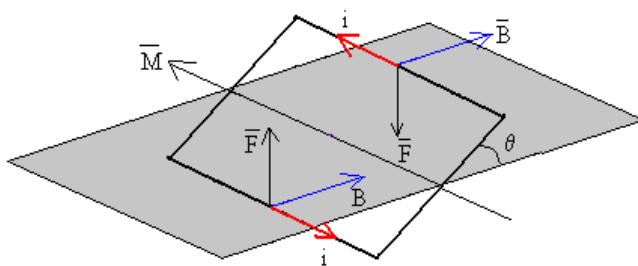
Podemos darnos una primera idea del motor de continua siguiendo la figura de la página siguiente en donde una espira (que en la práctica sería una bobina) se ubica entre los polos de un imán y por medio de un sistema rozante le proveemos desde el exterior una tensión eléctrica mediante una fuente de alimentación.



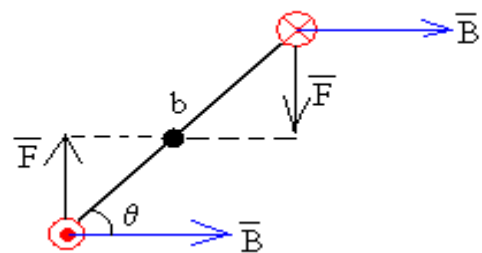
Cuando la corriente pasa a través de la espira se generan un par de fuerzas de Lorentz siguiendo la ecuación ① y provoca el giro. Notemos que los lados axiales de la espira están perpendiculares todo el tiempo al campo.

El sistema rozante se denomina conmutador y está formado por colector (de dos delgas en este caso) y las escobillas o carbones; este provee la conexión eléctrica de la bobinas del rotor pero además asegura la dirección de las fuerzas para sostener el giro en el mismo sentido.

Fuerzas Mecánicas



Perspectiva del campo, la corriente y las fuerzas resultantes en la espira.



Vista en la dirección axial

Supongamos que la longitud en la dirección axial de la espira es a y la radial es b . Entonces cada fuerza F , en los lados de longitud a , está señalada en la figura se obtiene de la ecuación ① y su módulo vale:

$F = i \cdot B \cdot a \cdot \text{sen}90^\circ = i \cdot B \cdot a$ ② (si en lugar de una espira única fuera una bobina habrá que multiplicar este resultado por el número de vueltas)

También aparecen fuerzas en la dirección del eje de rotación sobre los lados "b" que no contribuyen al movimiento de rotación y además se cancelan entre sí.

Observando el dibujo vemos que ambas fuerzas F tienen la misma dirección, módulo y sentidos opuestos y por lo tanto la fuerza resultante sobre la espira es nula, sin embargo, estas fuerzas no tienen la misma línea de acción y forman un par de momento (cupla, torque, etc.) que llamaremos M :

$$M = 2 \cdot F \cdot l \cdot (b/2) \cdot \cos\theta = i \cdot a \cdot b \cdot B \cdot \cos\theta = i \cdot A \cdot B \cdot \cos\theta = i \cdot \Phi \cdot \cos\theta$$
 ④

Hemos reemplazado con A el área que abarca la espira producto de sus lados ($A = a \cdot b$) y luego el campo multiplicado por el área resulta ser el flujo magnético Φ . Vemos que el momento es máximo cuando $\cos\theta = 1$ o sea: $\theta = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$, etc. O sea, cuando el área de la espira atravesada por líneas de campo, es nula.

Hagamos a un lado la mecánica por un momento.

Fuerza Contraelectromotriz

Al girar el rotor se está exponiendo su bobina a un campo variable en forma relativa a ella misma (no por que este cambie en realidad sino por que la bobina se está moviendo frente a él).

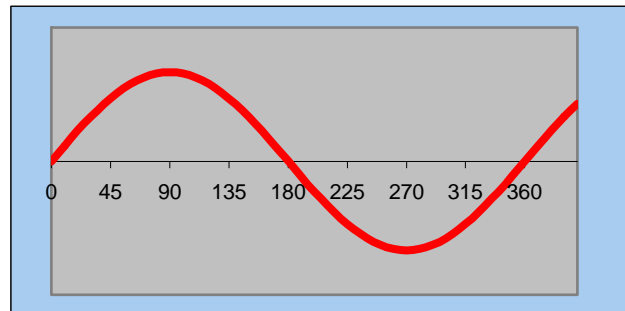
Esto, según la ley de Faraday, es suficiente para inducir una tensión, o sea: cuando el rotor gira aparece en los extremos de la espira un voltaje o tensión.

Observando la primer figura al principio de esta página apreciamos que el flujo es nulo con: $\theta = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$, etc., y es máximo con $\theta = 90^\circ, 270^\circ, 450^\circ$, etc., tendrá valores intermedios para el resto de los ángulos siguiendo una ley senoidal:

Si graficamos entonces el flujo magnético en cada posición de la espira nos encontraremos con el gráfico de la derecha.

$$\phi = \phi_{\max} \cdot \text{sen} \theta$$

Allí marcamos en el eje X los ángulos deseados y en el eje vertical Y el valor del flujo ϕ correspondiente.



Observando la ecuación ② de Faraday podemos deducir que la tensión inducida se va a comportar con la derivada de esa función senoidal... lo cual es un coseno, de modo que:

$$\varepsilon = \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (\phi_{\max} \cdot \text{sen} \theta) = \phi_{\max} \cdot \text{cos} \theta^{\circ}$$

como se ve en la Figura 1

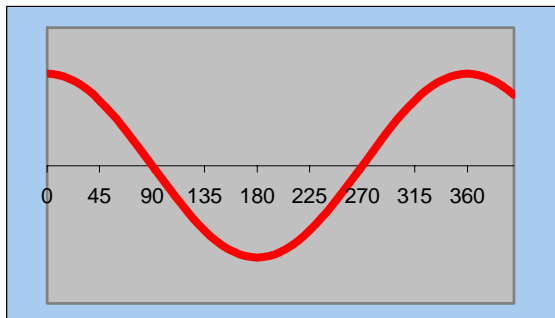


Figura 1

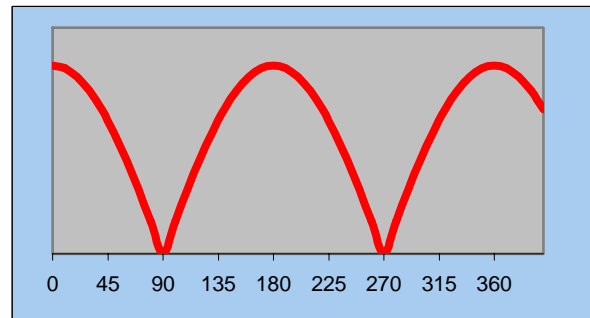


Figura 2

Pero esta FEM inducida en la espira cada 180° se invierte en el conmutador antes de llegar a los cables exteriores del motor y por lo tanto visto desde afuera queda como muestra la Figura 2.

En este punto hay que considerar que es más importante la velocidad de rotación de la espira que la posición relativa de ella en grados. Así que habrá que pensar en cambiar los ángulos del eje horizontal por su equivalente $\theta = \omega \cdot t$ que da un valor en radianes.

Hecho esto podemos hacer una integral en el tiempo desde $\theta = 0^\circ$ hasta $\theta = 90^\circ$ para sacar un promedio de la FEM inducida (esto es un valor típico que se llama promedio del cuarto de revolución) que nos dará el valor:

$$\varepsilon = 4 \cdot \phi_{\max} \cdot \left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \approx 0,637 \times \omega \cdot \Phi \quad \text{⑤}$$

Donde:

ω = velocidad en [Rad/Seg] de la espira

$\phi_{\max} = \Phi$ = Flujo magnético máximo
(reemplazamos por Φ para simplificar)

^⑤ Hemos obviado el signo menos de Lenz por que no tiene mayor importancia, nos quedamos con el V.A.

Este voltaje es opuesto en polaridad al voltaje exterior que se aplica al rotor, y de ahí que se conozca como voltaje inducido o fuerza contraelectromotriz ($\mathcal{E} = F_{CEM}$). De la fórmula notamos que cuando el motor gira más rápido la F_{CEM} aumenta.

¿Podrá tomar cualquier valor la F_{CEM} ?

Haciendo un análisis desde la ley de Ohm en el circuito de alimentación del motor vemos que:

$$V - \mathcal{E} = i \cdot R_a$$

⑥ Donde:

o también:

$$V = \mathcal{E} + i \cdot R_a$$

V = Tensión de alimentación (P.ej.: batería)

i = Corriente establecida (llamada "de armadura")

R_a = Resistencia de armadura (la resistencia eléctrica del motor)

Con el motor en vacío (sin hacer ningún trabajo en el eje) la F_{CEM} es casi igual al voltaje aplicado V . La corriente entonces es pequeña, y la velocidad del motor permanecerá constante.

Bajo carga (algún dispositivo rotante acoplado al eje), el rotor gira más lentamente, reduciendo el voltaje inducido y permitiendo que fluya una corriente mayor en el rotor. El motor así recibe más potencia eléctrica de la fuente que consume haciendo más trabajo mecánico.

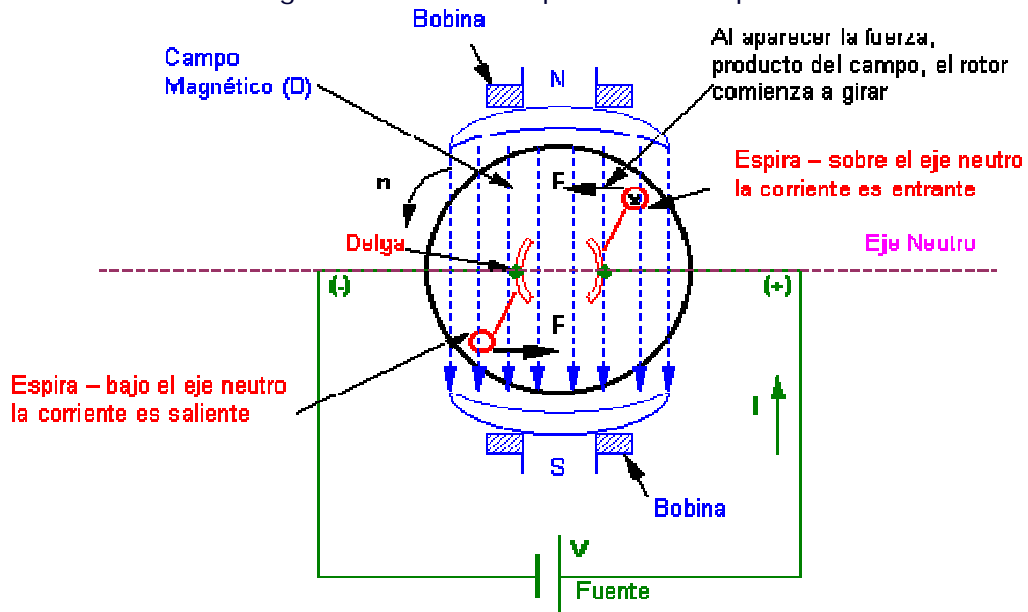
Conclusión

Todo lo visto hasta ahora está muy bien para comprender el fenómeno de obtener un movimiento continuo a partir de un campo magnético. Nos da una idea completa del problema y nos permite plantear tanto las ideas conceptuales como así también las ecuaciones que plasman esos conceptos en forma matemática.

Pero todo lo hecho hasta ahora se basa en los efectos observados en una espira elemental. A continuación vamos a llevar el tema a una faceta más práctica y más real.

Capítulo 4. Por fin el Motor

Y así vamos llegando al objetivo principal de este apunte: El motor eléctrico. Basémonos ahora en este gráfico en corte un poco más completo:



Diferencias entre el modelo teórico de una espira y la realidad

Lo primero que debemos apreciar es que, si bien este gráfico y el de páginas atrás, es muy descriptivo no es un diseño práctico aplicable a la industria. Y esto implica varios puntos, a saber:

1. A nadie se le ocurre hacer un motor de este tipo con una sola espira y que además esta sea única en el diseño. En un motor real son varias las espiras que se utilizan en distintos ángulos con respecto al eje y en realidad no son espiras sino que se trata de bobinas con N vueltas de conductor aislado arrollado.
2. Habrá que apreciar que los cabezales de los polos no abarcan todo el rotor, sólo lo harán en cierto porcentaje y este porcentaje influye en el comportamiento del motor.
3. Si alguna vez hemos visto un burro de arranque de un automóvil o cualquier otro motor de continua sabremos que los colectores normales suelen tener mucho más que las dos delgas del dibujo. Sin embargo los "carbones", o barras de grafito, si continúan siendo dos (la batería tiene polaridad dual). La conclusión es que es probable que haya algunas bobinas sin alimentar en determinado momento dentro del motor. Lo cual es una apreciación absolutamente cierta y obviamente también afecta el funcionamiento.
4. También hay que notar que los polos del estator sólo son imanes fijos o permanentes en los motores muy pequeños. Por lo general se construye un electroimán bobinado que se alimentará de la misma fuente de continua que da energía a todo el motor.
5. De las bobinas mencionadas en el punto 1 suele haber un par que terminan conectadas a la misma delga. Es más: dentro de los modelos usados para la armadura del rotor y los bobinados podemos encontrar diversos tipos constructivos que mantienen todas las bobinas conectadas entre sí de diversa manera y conforman lo que en la jerga se llama trayectoria (cantidad de bobinas en serie alimentadas en alguna conexión del colector).

Cupla del Motor de Continua

De los puntos anteriores se desprende que la ecuación ④ para la cupla es muy didáctica pero no sirve en un modelo real. Sin embargo habrá una cupla promedio que, de todos modos, tiene una forma muy sencilla:

$$T=2.F.(b/2).Z$$

El valor entre paréntesis ($b/2$) no es más que el radio de nuestra espira – bobina (mantenemos la notación utilizada para la espira única). Z es un valor numérico que reúne los puntos 2, 3, 5 y algunas consideraciones constructivas más. La ecuación ③ aún continúa siendo útil con la salvedad de que hay que incorporar el número de espiras que forman la bobina (N) y entonces el momento queda:

$$T=2.F.(b/2).Z= N.i.a.B.b.Z= N.i.B.A.Z= N. i. \Phi.Z= K.i. \Phi \quad \text{⑦}$$

Otra vez hemos reemplazado con A el área que abarca la espira producto de sus lados ($A= a.b$) y luego el campo multiplicado por el área resulta ser el flujo magnético Φ . Ese flujo magnético es el máximo que atraviesa de lleno toda el área de la espira.

Hay que tener en cuenta que una vez que el motor esté construido tanto Z como N serán valores fijos que no podremos cambiar fácilmente (a no ser que hagamos un cambio estructural importante). Por lo cual los agrupamos en una única constante K que, como dijimos, será un valor determinado para cada motor y suele llamarse, en un despilfarro de creatividad, "constante del motor".

El momento del motor termina representado entonces en una ecuación muy práctica y sencilla que nos dice, por ejemplo, que obtendremos más fuerza de rotación en el eje si aumentamos la corriente de armadura o el flujo magnético. Ambos parámetros se pueden aumentar aumentando la tensión de alimentación. Obviamente este aumento tiene un límite para cada diseño pero lo veremos más claro en la sección de ejemplos.

Fuerza Contraelectromotriz del Motor de Continua

Ya dijimos en el punto 1 anterior que ahora no hay espiras sino bobinas con N vueltas y que no se trata de una única bobina sino de varias. A pesar de esto se verifica que, por suerte, la F_{CEM} sigue dependiendo del flujo y de la velocidad angular tal como lo muestra la ecuación y lo único que cambiará es la proporción de este cambio que se trasluce mediante una constante K_b

$$\varepsilon = K_b \cdot \omega \cdot \Phi \quad \text{⑧}$$

K_b es una constante característica del motor que en breve veremos de que se trata.

Potencia Eléctrica

No podemos abordar un equipo eléctrico sin hablar algo acerca de su potencia.

Pero este tema se resuelve muy sencillamente: Multiplicando ambos términos en la ecuación ⑧ por la corriente:

$$V - \varepsilon = i \times R_a \Rightarrow V = \varepsilon + i \cdot R_a \Rightarrow i \cdot V = i \cdot \varepsilon + i^2 \cdot R_a \quad \text{⑨}$$

Donde:

$i \cdot V$ = Potencia absorbida de la fuente de alimentación

$i \cdot \varepsilon$ = Potencia mecánica (que llamaremos P_m).

$i^2 \cdot R_a$ = Potencia disipada en el cobre.

Pero la potencia mecánica en este y en cualquier máquina rotante es:

$$P_m = T \times \omega \quad \text{⑩}$$

Donde:

T = Cupla mecánica en [Nxm]

ω = Velocidad angular en [Rad/seg]

Entonces:

$$P_m = T \cdot \omega = i \cdot \varepsilon$$

Tenemos una expresión por la cupla T en la ecuación ⑦ y la expresión de la F_{CEM} en la ecuación ⑧ por tanto si reemplazamos simultáneamente T y ε en la ecuación anterior queda:

$$P_m = (K \cdot i \cdot \Phi) \cdot \omega = i \cdot (K_b \cdot \omega \cdot \Phi) \Rightarrow K = K_b$$

Con lo que se ve que la constante de la cupla y la de la F_{CEM} en las ecuaciones ⑦ y ⑧ son iguales en el Sistema Internacional aunque tienen distintas unidades equivalentes. En efecto la constante K de la cupla tiene por unidades a $[Nm/A]$ y en la F_{CEM} es $[Vs/rad]$.

En cuanto a la potencia mecánica es muy común que la velocidad esté dada en RPM y a veces la cupla se presente en Kgm entonces tenemos que aplicar factores de conversión que nos dan las siguientes expresiones equivalentes:

$$P_m = 1,027.T[Kgm].\omega[RPM] = 0,104.T[Nm].\omega[RPM]$$

Relación entre el campo y la velocidad

Si volvemos sobre la ecuación ⑨ nos encontramos con un aspecto interesante al reemplazar ε por su equivalente en la ecuación ⑥ que queda:

$$V = K \cdot \Phi \cdot \omega + i \cdot R_a \Rightarrow K \cdot \Phi \cdot \omega = V - iR_a$$

Con lo cual tenemos una forma de controlar la velocidad del motor ya que si mantenemos constante a Φ y vamos aumentando V (la tensión de alimentación) el valor ω crece. Similar para el proceso inverso.

Esta forma de controlar la velocidad por la tensión de alimentación es muy común para motores de potencia moderada a pequeña.

Podemos inspeccionar más aún esa ecuación y:

$$\omega = \frac{V - i \cdot R_a}{K \cdot \Phi}$$

En esta variante queda evidente que también se puede controlar la velocidad haciendo que cambie el flujo. Si estamos en la etapa de diseño constructivo del motor podemos fijar la velocidad de funcionamiento promedio de esta manera. Obviamente esto es válido solamente si el campo magnético de armadura surge de un sistema bobinado y e

Llamativamente vemos que la velocidad aumenta si disminuimos el flujo de campo.

Este efecto es muy utilizado para controlar la velocidad de motores de potencia muy importante tomando la precaución de no llegar nunca a anular el flujo ya que en ese punto el motor se "embala".

Capítulo 5. Detalles de aplicación

Corrientes de arranque

Debido a que la velocidad de rotación se controla por el flujo de campo en motores grandes deben usarse aparatos especiales para arrancarlos.

Cuando el rotor está parado, ésta no tiene realmente resistencia, y si se aplica el voltaje de funcionamiento normal, se producirá una gran corriente, que podría dañar el conmutador y las bobinas del rotor.

En efecto, justo en el momento del arranque de la máquina $\omega = 0$; e: $i = V/R_a$ *

Si el motor es pequeño R_a (resistencia de armadura, que incluye cableado y otros) tendrá un valor moderado y, si bien la corriente de arranque será mayor que la de funcionamiento normal, no resulta un problema.

Pero en motores grandes esta resistencia suele ser pequeña y por lo tanto la corriente en ese instante sería muy importante. El medio normal de prevenir estos daños es el uso de una resistencia de encendido conectada en serie con el motor, con lo cual se logra disminuir la corriente mientras que el motor consigue desarrollar el voltaje inducido adecuado. Esta resistencia suele ser variable de modo que, cuando el motor acelera, la resistencia se irá reduciendo gradualmente ya sea de forma manual o automática.

La velocidad a la que funciona un motor depende de la intensidad del campo magnético que actúa sobre el rotor, así como de la corriente de ésta. Cuanto más fuerte es el campo, más bajo es el grado de rotación necesario para generar un voltaje inducido lo bastante grande como para contrarrestar el voltaje aplicado. Por esta razón, la velocidad de los motores de corriente continua puede controlarse mediante la variación de la corriente del campo.

**Nota: hay que advertir al lector que en realidad esa ecuación está incompleta y la corriente no es tan grande como lo indicaría esa expresión. Esto es así por que, para simplificar, hemos obviado la inductancia del circuito que actúa justamente en los momentos donde la corriente está en proceso de cambio en el circuito -tal como son los casos de encendido y apagado del motor-. No obstante la simplificación se justifica por que nos da una razón valedera para insertar en serie la resistencia de arranque.*

Tipos de Conexión

Ya se mencionó en el capítulo 4 (sección: "Relación entre el campo y la velocidad") que se puede controlar el motor de continua tanto al variar la tensión de armadura como variando el campo -que es igual a variar la corriente del bobinado de campo, que a su vez es igual a cambiar la tensión que alimenta dicho bobinado.

Si bien no nos interesa en este momento los pormenores del control de velocidad – que, además, se escapa a los alcances de esta publicación- sí queremos estimular la idea de que hay dos bobinados para conectar en gran parte de los motores de continua – exceptuando, claro, a los de imán permanente.

Y si hay dos bobinados para conectar hay dos formas elementales de conectarlos: en serie y en paralelo –esta última comúnmente se la llama conexión en Derivación o "Shunt".

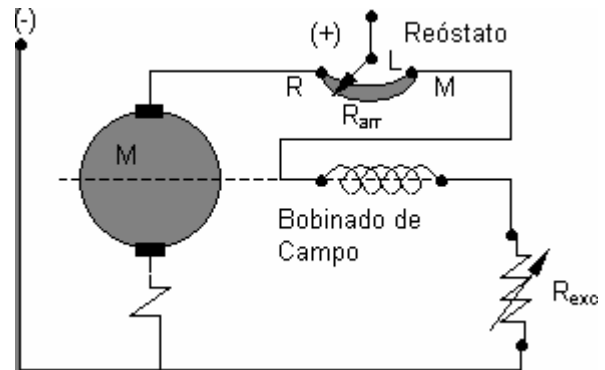
Tenemos que aclarar también que a veces estas conexiones no son opcionales sino que vienen de fábrica.

También hay que decir que hay otros tipos de conexión en función de un tercer elemento que es el reóstato (resistencia variable) que puede incorporarse con el propósito de obtener determinada característica deseada en el funcionamiento del motor. Nosotros nos vamos a quedar con dos de las conexiones típicas para introducir el tema.

Conexión Derivación

En el gráfico se ve un sistema de conexión típico que incluye un reóstato (resistencia variable) para alivianar los valores de corriente de arranque.

La zona indicada con M representa la armadura en donde se desenvuelve la corriente de rotor, o corriente de armadura, que tiene valores importantes de magnitud.



Velocidad:

La velocidad de esta conexión tiende a ser muy estable y a permanecer constante debido a que cada bobinado toma su alimentación directamente de la fuente.

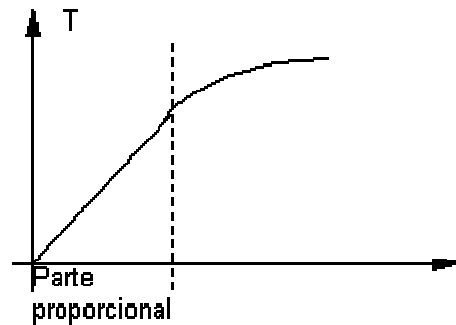
No obstante se suele variar la velocidad de distintas maneras:

1. Variando la tensión: lo usual es incorporar algún sistema electrónico para ello.
2. Con una resistencia variable en la armadura: no conviene porque pasa toda la corriente y hay mucha disipación.
3. Variando el campo: se logra con pequeñas modificaciones de la resistencia de excitación (R_{exc}).

Cupla:

Como el flujo es prácticamente constante la cupla es proporcional a la corriente (Ver ecuación ⑦).

A medida que aumenta la corriente disminuye el flujo por reacción del inducido y la cupla pierde un poco de proporcionalidad (a esto se le llama saturación)

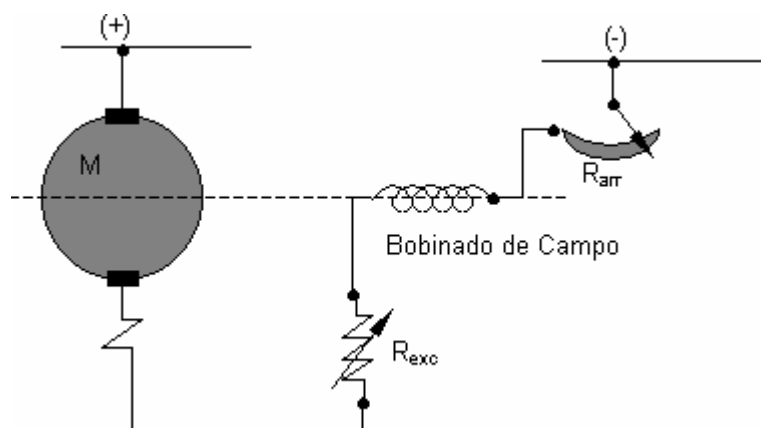


Conexión Serie

En el gráfico se ve otra vez una conexión típica con el reóstato de arranque

Se ha hecho una pequeña modificación al gráfico anterior pero está claro que ahora la conexión se inicia en la barra (+) y termina en la indicada con (-).

En esta conexión cambiar la corriente de armadura implica cambiar la corriente de campo y viceversa –Recordar que aumentar la corriente de campo frena el motor.



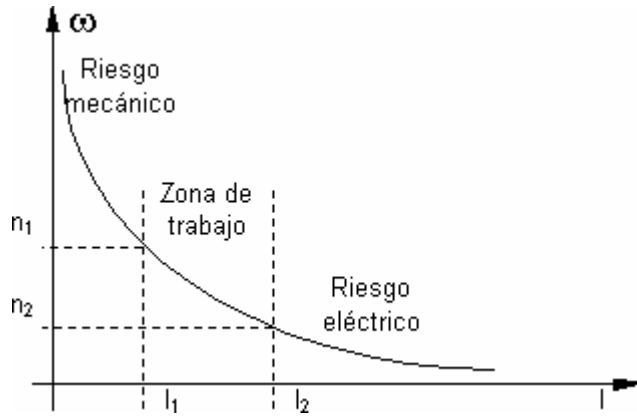
Velocidad:

Por lo dicho en el párrafo anterior la velocidad de esta conexión es inversamente proporcional a la corriente.

Este motor es muy sensible al cambio de corriente en vacío, por la poca corriente que toma corre el riesgo de sobrevueltas.

Debe estar directamente acoplado a la carga (sin acoplamientos intermedios, sin poleas ni manchones).

Por otra parte con un número pequeño de vueltas aumenta excesivamente la corriente y sobrecalentarse.



Ecuaciones:

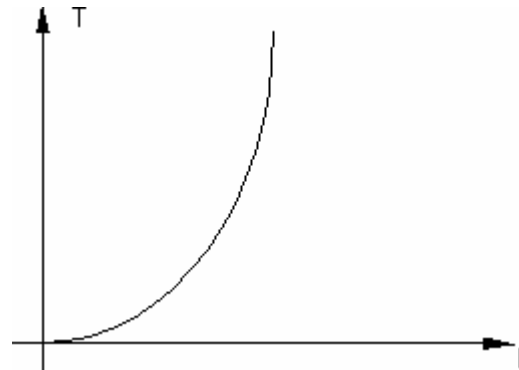
$\Phi = C \cdot i$ El flujo es proporcional a la corriente de armadura

$$\omega = \frac{V - i \cdot R_a}{K \cdot \Phi} = \frac{V - i \cdot R_a}{K' \cdot i} = \frac{1}{K'} \left(\frac{V}{i} - R_a \right)$$

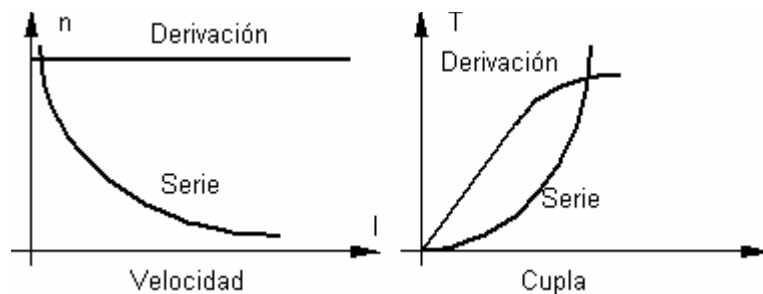
Cupla:

Será proporcional al cuadrado de la corriente.

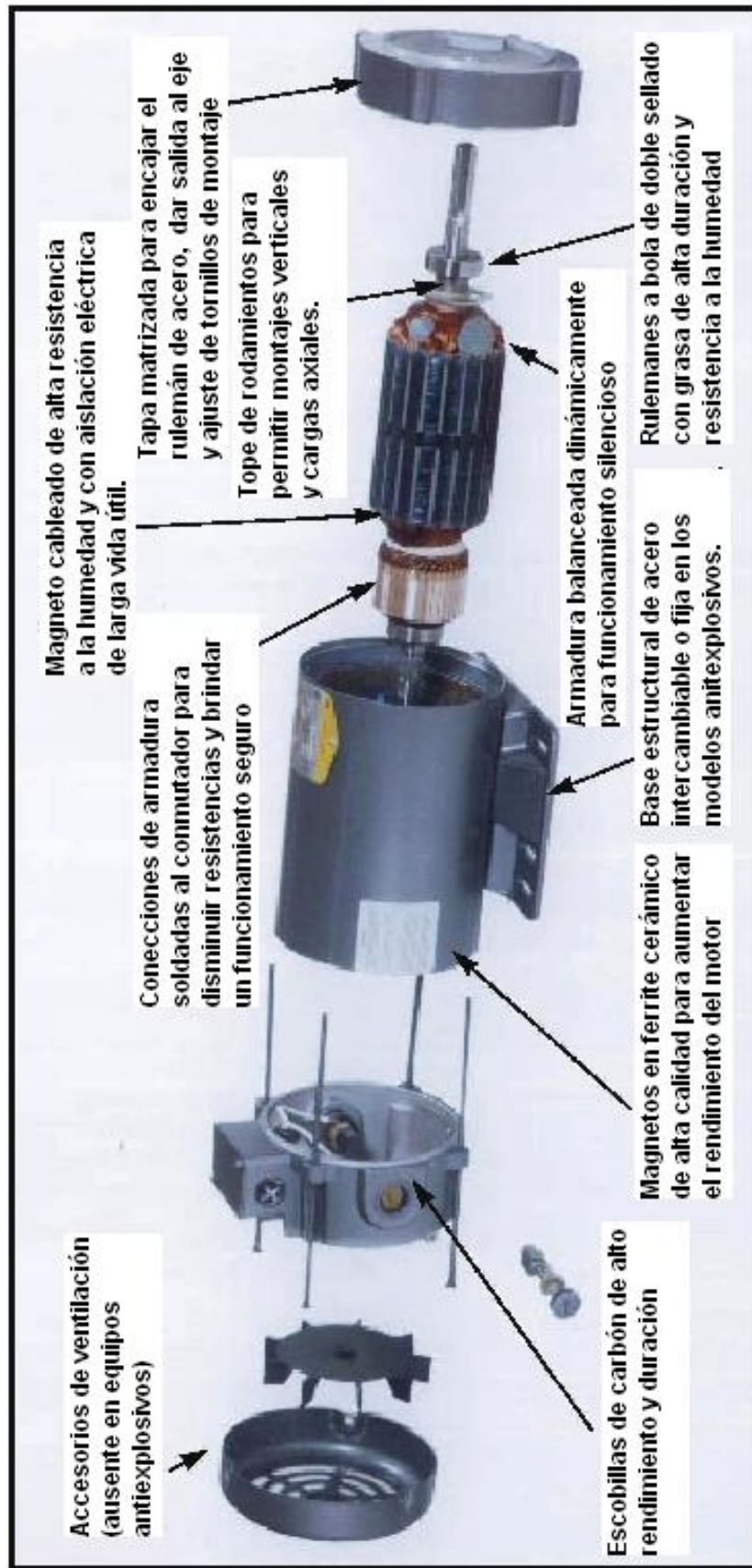
$$T = K \cdot i \cdot \Phi = K \cdot i \cdot C \cdot i = K' \cdot i^2$$



Resumen de conexiones típicas:



Despiece



Capítulo 6: Ejercicios resueltos

Ejercicio 1. Fuerza magnética sobre una corriente (Cap. 2)

Enunciado:

Por un hilo conductor rectilíneo de 0,75 m de longitud circula una corriente de 20 A de intensidad; se coloca en el campo magnético producido por un imán de herradura, formando la corriente un ángulo de 30° con respecto a las líneas de fuerza del campo magnético. Si la intensidad del campo B es de 2×10^3 T, determinar numéricamente la magnitud de la fuerza y con la ayuda de una figura su dirección y sentido.

Resolución:

La ecuación de Lorentz proporciona la expresión de la fuerza magnética que sufre una corriente eléctrica I rectilínea y de longitud L si está inmersa en un campo magnético B :

$$F_m = I \cdot B \cdot L \cdot \sin \varphi$$

siendo φ el ángulo que forma la corriente con el campo B . Sustituyendo en la expresión anterior se tiene:

$$F_m = 20 \times 2 \times 10^3 \times 0,75 \times \sin 30 = 1,5 \times 10^2 \text{ N}$$

Ejercicio 2. Cupla en una espira (Cap. 3)

Enunciado:

- Dimensiones de la espira: $a=20$, $b=10$ cm
- Campo magnético $B=40$ gauss = $0,004$ T
- Intensidad $i=3$ A
- Angulo $\theta = 60^\circ$

Resolución:

Calculamos la fuerza que ejerce el campo magnético sobre cada uno de los lados a de la espira

$$F = iBa = 3 \times 0,004 \times 0,2 = 0,0024 \text{ N}$$

Momento del par de fuerzas respecto del eje de la espira

$$T = 2F \cdot (b/2) \cos \theta = 0,0024 \times 0,1 \times \cos 60^\circ = 0,00012 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Ejercicio 3. Motores de Continua (Cap. 4)

Enunciado:

Calcular la Cupla y la Velocidad de un motor de continua de 50W que a plena carga gira a 3000RPM.

Resolución:

En primer lugar hay que convertir las RPM a unidades del SI que son [Rad/Seg]. Para ello sabemos que $1 \text{ [RPM]} = \pi/30 \text{ [Rad/seg]}$.

$$\text{Entonces } \omega = 3000 \times \pi/30 = 314,16 \text{ [Rad/seg]}$$

Si nos dan la potencia y la velocidad inmediatamente podemos obtener la cupla mediante $\textcircled{10}$

$$P_M = T \times \omega \Rightarrow T = P_M / \omega \Rightarrow T = 50 / 314,16 = 159 \times 10^{-3} \text{ Nm}$$

Ejercicio 4. Motores de Continua (Cap. 4)

Enunciado:

Calcular la Cupla y la Potencia Mecánica de un motor de continua de 120V de alimentación que se sabe que para determinada situación de carga está girando a 1800RPM consumiendo de la línea unos 40A. La resistencia de armadura es $R_a = 0,25 \Omega$

Resolución:

Con el mismo criterio del ejercicio anterior la velocidad es $\omega = 1800 \times \pi / 30 = 188,5$ [Rad/seg]

Luego no podemos obtener de estos datos la cupla por que nos está faltando la constante del motor (ver ec. ⑦). Incluso no sabemos nada del flujo que suponemos constante.

Pero como la diferencia entre la tensión de alimentación y la fuerza contraelectromotriz es $i \times R_a$ (ver ec. ⑥) resulta fácil obtener la F_{CEM} y de allí obtener la constante mediante la ecuación ⑧

Entonces, de la ec. ⑥:

$$\varepsilon = V - i \cdot R_a \Rightarrow \varepsilon = 120 - 40 \times 0,25 \Rightarrow \varepsilon = 110V$$

Luego con ese resultado vamos a la ec. ⑧ y obtenemos:

$$K \cdot \Phi = \varepsilon / \omega \Rightarrow K \cdot \Phi = 110 / 188,5 \Rightarrow K \cdot \Phi = 0,5835 [Vs/Rad]$$

Con esto y la ec. ⑦ obtenemos la cupla:

$$T = K \cdot i \cdot \Phi \Rightarrow T = 0,5835 \times 40 \Rightarrow T = 23,34 [Nm]$$

Y para la potencia mecánica, último punto, tenemos la ec. ⑩

$$P_M = T \times \omega \Rightarrow P_M = 23,34 \times 188,5 = 440W$$

Ejercicio 5. Velocidad en conexión Derivación (Cap. 5)

Enunciado:

Un motor de continua de 120V en conexión Derivación consume un total de 40Amp. y tiene una resistencia en el bobinado de Campo de $R_C = 60\Omega$ y de armadura de $R_A = 0,25\Omega$. Se sabe además que en vacío entrega una cupla de 50Nm. ¿Cuál será la potencia mecánica y la velocidad que desarrolla?

Resolución:

Lo primero que debe llamarnos la atención es que nos dan dos resistencias: la de armadura y la de campo. Esto es por que se supone que con el motor en conexión derivación funcionando parte de la corriente va por la armadura y parte va para el campo.

Recordemos entonces que la conexión derivación pone en paralelo ambos circuitos, por lo tanto circularán:

$$I_C = 120V / 60\Omega = 2 \text{ Amperes para el Campo}$$

$$I_A = I_{TOT} - I_C = 40 - 2 = 38 \text{ Amperes para la Armadura}$$

También resulta de la ⑥:

$$\varepsilon = V - i \cdot R_a \Rightarrow \varepsilon = 120 - 38 \times 0,25 \Rightarrow \varepsilon = 110,5V$$

Con lo cual ya podemos conocer la potencia mecánica por que

$$P_{MEC} = \varepsilon \cdot I = 110,5 \times 38 = 4199W$$

Con la corriente de armadura y la cupla podemos calcular rápidamente de la ec. ⑦

$$T = K \cdot i \cdot \Phi \Rightarrow K \cdot \Phi = T / I_A \Rightarrow K \cdot \Phi = 50 / 38 = 1,316 [Nm/A]$$

Con estos valores y la ec. ⑧

$$\omega = \varepsilon / (K \cdot \Phi) \Rightarrow \omega = 110,5 / 1,316 = 83,98 [Rad/seg]$$

Ejercicio 6. Cupla en un motor serie (Cap. 5)

Enunciado:

Un motor serie toma 25 Amperes de corriente y produce una cupla de 122Nm y se sabe que la cupla empieza a saturar a los 32A. Calcular:

1. El par cuando la corriente aumenta a 30A.
2. El par para 35A. (Variación del 10%)

Resolución:

Sabiendo que

$$T = K \cdot i^2 \Rightarrow K = T/i^2 \Rightarrow K = 0,1952 \text{ Nm/A}^2$$

Entonces para el punto 1 resulta:

$$T = K \cdot i^2 \Rightarrow T = 0,1952 \times (30)^2 = 175,68 \text{ Nm}$$

Para el punto 2 hay que considerar que la cupla se satura y empieza a ser alineal. Pero el ejercicio dice que hay un 10% de variación, con esto usamos la misma ecuación anterior para calcular la cupla pero agregándole ese porcentaje:

$$T = 1,1 \times K \cdot i^2 \Rightarrow T = 1,1 \times 0,1952 \times (35)^2 = 263,03 \text{ Nm}$$

Tabla de Conversiones:

| PARA PASAR DE | |
|-----------------------------|--------------------------|
| Newtons a Kilogramos fuerza | 1N= 0,98 Kgf |
| Libras a Kilogramos | 1Lb= 0,456Kg |
| Pies a metros | 1pie= 0,3048m |
| RPM a [Radianes / Segundo] | 1RPM= $\pi/30$ [Rad/seg] |
| | |

Equivalencias:

| |
|---------------------------|
| $N \times m = W \times s$ |
| $N = Kg \times m/s^2$ |
| |

Bibliografía

1. **Máquinas Eléctricas y Transformadores**, Irving Kosow, editorial: Prentice Hall.-
2. **Física**, Halliday - Resnick - Krane, editorial: Addison-Wesley Iberoamericana.-
3. **Física**, Tipler, editorial: