

Controladores Basados en Estrategias PID

LEICI, Facultad de Ingeniería, UNLP.

**Eugenio Tacconi,
Ricardo Mantz,
Jorge Solsona,
Pablo Puleston**

Versión electrónica editada por : Tania Salazar y Ana Roquez.

Año 2005

CONTROLADORES PID. GENERALIDADES.....	3
VERSIÓN ANALÓGICA.	3
1.1 INTRODUCCIÓN:	3
1.2 COMPENSADORES PID	4
1.2.a Diagrama del Lugar de Raíces del controlador PID	6
1.2.b Ajuste de los parámetros de un Controlador PID	6
1.3.-RESET-WINDUP	14
1.4.-BUMPLESS.....	17
ESTRUCTURAS PID.....	18
2.1 INTRODUCCIÓN	18
2.2 MODIFICACIÓN DE LA ESTRUCTURA PID.....	19
2.3 SINTONÍA DEL CONTROLADOR PID DE ESTRUCTURA MODIFICADA.....	23
CONTROLADORES PID DIGITALES.	28
3.1 INTRODUCCIÓN	28
3.2 APROXIMACIONES NUMÉRICAS	29
3.3 ALGORITMO PID DIGITAL	34
3.4 EFECTO DESESTABILIZADOR DEL PERÍODO DE MUESTREO	35
3.4.1. Otros efectos a tener en cuenta para seleccionar T	38
3.5 ALGORITMOS ANTI RESET-WINDUP.....	39
CONTROLADORES PID ADAPTABLES	41
4.1 INTRODUCCIÓN	41
a) Ganancia tabulada	41
b) Modelo de referencia.....	42
c) Regulador “self tuning”	43
4.2 ALGUNOS CONTROLADORES INDUSTRIALES ADAPTABLES.....	43
APÉNDICE A	48
APÉNDICE B.....	50
BIBLIOGRAFÍA	53

Controladores PID. Generalidades.

Versión Analógica.

1.1 Introducción:

Las estrategias de control PID se incorporan en el ambiente industrial en el primer cuarto de este siglo, con un esquema de ajuste puramente empírico. En la actualidad, y pese al sorprendente desarrollo de la teoría de control y del soporte tecnológico necesario para su implementación, el controlador de estructura PID se emplea casi con exclusividad en el ambiente industrial de todo el mundo, en particular para controlar procesos térmicos y químicos.

La asimilación de los controladores PID en el ámbito industrial a llegado a un grado tal que permite observar el siguiente hecho en apariencia contradictorio: por una parte los usuarios se resisten a todo reemplazo del controlador PID por controladores que presenten una estructura diferente (por más simple y robusta que esta sea), y por otro lado se aceptan controladores adaptables sofisticados si estos vienen bajo una empaquetadura PID.

Probablemente es debido a esta razón que en los últimos años varios grupos que se encuentran en la vanguardia de la investigación han invertido un considerable esfuerzo en el desarrollo de nuevos algoritmos de control basados en estructuras PID.

El controlador PID surge como consecuencia de la combinación de tres acciones básicas de control -acción proporcional, integral y derivativa- cuyos efectos ya eran conocidos a principios de siglo. A los fines de recordar los efectos de estas tres acciones considérese el esquema de control indicado en la figura 1.1.

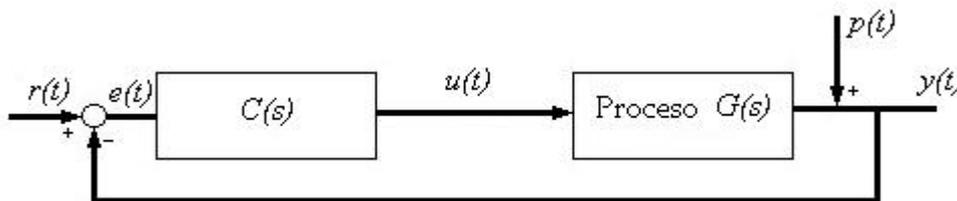


Figura 1.1: Esquema básico de un Sistema de Control

Donde $G(s)$ representa el proceso cuya variable de salida $y(t)$ se desea controlar y $C(s)$ al controlador. Asimismo $r(t)$ es la señal de referencia, o "set-point", y $p(t)$ representa posibles perturbaciones que en principio supondremos en forma de escalón.

Si la acción del controlador es puramente integral, es decir:

$$u(t) = K_1 \int_0^t e(t) dt \quad \text{con } K_1 \text{ cte.} \quad (1.1)$$

y si además se asegura la estabilidad del sistema realimentado, entonces la variable de salida $y(t)$ puede ser controlada en estado estacionario sin error aún en la presencia de $p(t)$ (suponiendo ésta continua). Efectivamente, en estado estacionario $u(t)$ es constante, condición que sólo se verifica para error nulo (ecuación 1.1).

Como inconveniente fundamental la acción integral pura presenta un efecto desestabilizador importante debido al retraso de fase de 90° que posee su función de transferencia.

Este efecto desestabilizador puede ser reducido si a la acción integral del controlador se le adiciona una acción proporcional, es decir que la acción de control $u(t)$ responde a la siguiente ecuación:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad \text{con } K_i, K_p \text{ cte.} \quad (1.2)$$

La figura 1.2 indica este caso. La acción proporcional tiende a reducir la inestabilidad producida por la acción integral, ya que presenta un camino directo en el lazo (sin retraso de fase propio) entre la señal de error y la acción de control. En otras palabras, la acción proporcional (P) adicionada a la integral (I), da lugar a un cero en la transferencia del controlador (PI) cuyo efecto es el de neutralizar la desestabilización que produce el polo en el origen introducido por la acción integral.

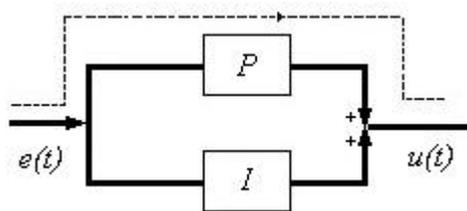


Figura 1.2: Controlador PI

Si ante una perturbación o cambio del set-point, la dinámica con que el sistema alcanza el nuevo estado estacionario no es el adecuado, puede incluirse una tercer acción correctora (acción derivativa D) que en cierta manera se anticipa al error futuro. Concretamente la idea es incluir una acción que haga que la señal de control se incremente con la pendiente del error más que con su valor actual. Este efecto, de adelanto en el tiempo, de la acción correctora se traduce en un incremento de la estabilidad relativa del sistema. Adicionada la acción (D), la acción de control $u(t)$ resulta:

$$u(t) = u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad \text{con } K_i, K_p \text{ cte.} \quad (1.3)$$

Desde el punto de vista de la respuesta en frecuencia la acción D pura corresponde a un cero de transferencia a frecuencia cero. Posteriormente se verá que cuando la acción D es combinada con acciones I, P o PI, este cero se desplaza del origen. La presencia de este cero adicional en la transferencia del controlador explica (desde el punto de vista frecuencial) el efecto estabilizador adicional de la acción D.

1.2 Compensadores PID

Como ya ha sido comentado, el controlador PID ideal, genera una señal de comando $u(t)$ compuesta por tres términos aditivos que, como su nombre lo indica son proporcionales a la señal de error, a su integral y a su derivada. La Ec. 1.3 suele escribirse de la siguiente forma:

$$u(t) = K_p \left\{ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right\} \quad (1.4)$$

Donde las constantes K_p , T_i y T_d son conocidas normalmente con los nombres de ganancia proporcional, tiempo integral y tiempo derivativo respectivamente. En el ambiente industrial, la ganancia de la acción proporcional suele ser expresada a través de la llamada "Banda proporcional" $BP = 100/K_p$.

Luego la función de transferencia del controlador PID resulta:

$$PID(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left\{ e(t) + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right\} \quad (1.5)$$

$$PID(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_p (1 + T_i s + T_i T_d s^2)}{T_i s} \quad (1.6)$$

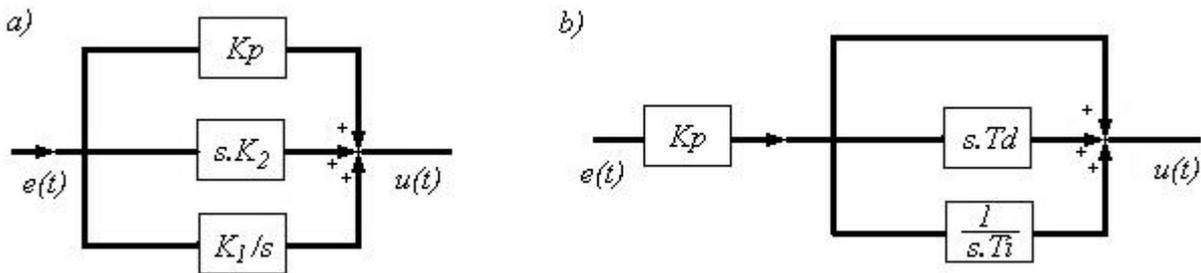


Figura 1.3: Controlador PID. a) según la Ec. 1.3. b) según la Ec. 1.4)

Si $T_d=0$ o $T_i=\infty$, los controladores que resultan pueden vincularse conceptualmente a otros muy conocidos. Efectivamente, si se anula el valor de T_d , el compensador se transforma en un compensador PI cuya función de transferencia vale:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right) = K_p \frac{(1/T_i + s)}{s} \quad (1.7)$$

La expresión 1.7 muestra que un compensador PI puede ser interpretado como un compensador por atraso de fase con el polo ubicado en el origen y el cero en $1/T_i$.

Si en cambio, se hace tender a infinito el valor de T_i , el compensador PID (ideal) se transforma en un compensador PD (ideal) cuya función vale:

$$G_c(s) = K_p (1 + T_d \cdot s) \quad (1.8)$$

Tal compensador posee un cero en el semiplano izquierdo a la pulsación angular $1/T_d$, que desplaza hacia la izquierda el diagrama de locación de raíces del sistema de lazo cerrado ejerciendo una acción estabilizadora. Si $T_i \gg T_d$ puede verificarse que el compensador PID resultante posee un polo y dos ceros reales. En tales condiciones el compensador puede ser interpretado como un compensador por adelanto y atraso de fase, en el cual el polo de baja frecuencia se ha desplazado al origen y el de alta frecuencia al infinito.

Es necesario destacar que la función de transferencia ideal de un PID (Ec. 1.6), no es sintetizable por poseer mayor número de ceros que de polos. Sin embargo es en general posible sintetizar una función de transferencia que se aproxime al ideal en la banda de frecuencias de interés.

1.2.a Diagrama del Lugar de Raíces del controlador PID

Para comprender mejor el funcionamiento del controlador PID, resulta útil analizar como varían los ceros de la función de transferencia del controlador, en función de los coeficientes T_i y T_d .

Las raíces del numerador están dadas por:

$$C_1, C_2 = -\frac{1}{2T_d} \pm \frac{\sqrt{T_i^2 - 4T_iT_d}}{2T_iT_d} \quad (1.9)$$

Si T_d es tomado como parámetro, los ceros resultan reales para

$$T_i \geq 4T_d \quad (1.10)$$

Y, si a su vez, T_i tiende a valores muy grandes, los ceros C_1 y C_2 tienden a:

$$C_1 \rightarrow 0$$

$$C_2 \rightarrow -1/T_d \quad (1.11)$$

La figura 1.4 muestra el movimiento de los ceros en función de T_i , tomando a T_d como parámetro.

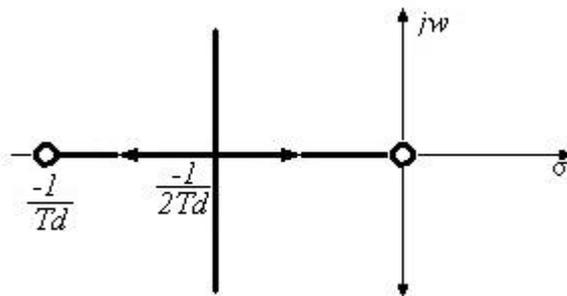


Fig. 1.4: Diagrama del Lugar de Raíces de un controlador PID en función de T_i con T_d como parámetro.

En dicha figura se observa lo ya comentado, si se verifica la desigualdad 1.10, el diagrama cero polar del controlador PID se aproxima al de un compensador combinado por adelanto y atraso de fase (ideal).

1.2.b Ajuste de los parámetros de un Controlador PID

Para la selección de los tres parámetros del controlador PID (K_p , T_i y T_d) puede procederse de muy diferentes formas dependiendo fundamentalmente del proceso a controlar y de la información disponible a priori. Básicamente se dispone de uno de los siguientes métodos y también de la combinación entre ellos:

1. Métodos iterativos de ajuste y error.

2. Métodos directos:
 - a. Por optimización
 - b. Margen de fase
 - c. Asignación de polos y ceros

1. Métodos Iterativos de Ajuste y error

Los métodos iterativos de ajuste y error son, en general, de aplicación en aquellos casos en que el conocimiento a priori del sistema a controlar es pobre. Consisten, básicamente en el ajuste iterativo de los parámetros del controlador a partir de la observación de la respuesta temporal del sistema realimentado, y del conocimiento (o experiencia) del operador en referencia a las tendencias de las variables controladas en función de los parámetros de ajuste.

Como se ha comentado, en párrafos anteriores, bajo ciertas condiciones el controlador PID tiene un comportamiento similar al de un compensador combinado por atraso y adelanto, siendo posible definir tendencias para la sintonía de los parámetros del controlador PID por el método de ajuste y error.

En la figura 1.4 puede observarse el diagrama cero polar del PID para un determinado T_d , en función de T_i . Observándose que si T_i es grande (y a su vez, $T_i > 4T_d$) uno de los ceros del controlador se aproxima al polo en el origen conformando un par polo-cero en baja frecuencia cuyo efecto sobre el comportamiento en lazo cerrado del sistema puede ser interpretado como el efecto que produciría un compensador por atraso de fase.

Por otra parte, para T_i grande y a su vez suficientemente mayor que cuatro T_d el otro cero tiende a $-1/T_d$. Este cero puede ser ubicado, variando T_d , de modo tal de aportar fase positiva en las proximidades de la frecuencia correspondiente al margen de fase, lo cual redundaría en un incremento del grado de estabilidad del sistema a lazo cerrado. Este efecto puede interpretarse como el que produciría un compensador por adelanto de fase en el cual el polo (del par cero-polo) se ha desplazado al infinito.

Por consiguiente, si T_i es grande y a su vez mayor que cuatro veces T_d se dispone, variando T_d , de un ajuste prácticamente independiente para la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado.

Por otra parte, la ganancia K_p tiene efecto tanto sobre la respuesta transitoria, ya que al variar K_p se modifica la frecuencia del margen de fase, como sobre el error de estado estacionario que es inversamente proporcional a la misma.

2. Métodos Iterativos de Ajuste y error

2 a) Métodos de optimización

En los últimos años los problemas de control óptimo han recibido gran atención debido a la creciente demanda de sistemas de alto grado de desempeño (performance).

El concepto de optimización de sistemas de control abarca dos etapas, una de selección de índices de performance y otra de diseño en base a la minimización o maximización de dichos índices.

Al resolver problemas de sistemas de control óptimo, se tiene por objetivo hallar un procedimiento para determinar la acción de control sujeta a restricciones que disminuyen en alguna medida el comportamiento ideal. Tal medida habitualmente está dada por un criterio de optimización de un índice de performance. Es índice es una función cuyo valor indica hasta qué punto el funcionamiento efectivo del sistema se acerca al funcionamiento deseado.

El sistema que lleva al mínimo (o máximo) el índice de performance elegido es, por definición, óptimo. Es evidente que el índice de performance en realidad, determina la configuración del sistema. Es importante puntualizar que, en general, un sistema de control óptimo bajo un determinado índice de performance no es óptimo bajo otros índices de performance.

Debe comprenderse que un sistema de control óptimo obtenido matemáticamente, en la mayor parte de los casos prácticos, debe dar el extremo límite de rendimiento bajo el índice de performance elegido y es más un elemento de control que un objetivo práctico alcanzable. Por tanto, antes de decidir el construir un sistema de control óptimo u otro algo inferior (subóptimo) aunque más simple, hay que evaluar cuidadosamente cual es la mejora que se obtendría en el funcionamiento del primero respecto al funcionamiento del segundo. A menos que esté plenamente justificado, no es aconsejable construir sistemas de control óptimo extremadamente complicados.

Una vez encontrada la máxima limitación de funcionamiento utilizando la teoría de control óptimo, hay que realizar esfuerzos para proyectar un sistema simple que se aproxime al óptimo. Teniendo esto presente, se construye un prototipo físico del sistema, se lo prueba y modifica hasta obtener un sistema satisfactorio con características de comportamiento cercanas a las del sistema óptimo de control [28].

El planteo general de la optimización de un sistema realimentado de control, da por solución la ley de control óptima, es decir, la estructura y parámetros del controlador. Si se establece de antemano una estructura para el controlador (por ejemplo una estructura PID), el problema de optimización se reduce a encontrar los valores de los parámetros del controlador que minimizan (o maximizan) un determinado índice de performance.

Debido a la popularidad de los controladores PID se han publicado muchos métodos para calcular sus parámetros (K_p , T_i y T_d) en base a optimizar distintos índices de performance. Justamente, uno de los métodos más conocidos para el diseño de controladores PID, el de Ziegler y Nichols, fue deducido en base a criterios de optimización.

Método de Ziegler y Nichols

Este método basado en ideas de optimización de un índice de performance para sistemas particulares y luego generalizado empíricamente, es probablemente, el de más amplia divulgación.

Ziegler y Nichols, [34] plantearon dos conjuntos de reglas. El primero de ellos es de aplicación a procesos cuya respuesta temporal al escalón tiene forma de "S" (figura 1.5) Si el proceso a controlar tiene una respuesta al escalón como la indicada, se calcula la pendiente R en el punto de inflexión y la intersección de una recta con esa pendiente y el eje temporal determina el retardo equivalente L .

Los parámetros R y L permiten definir la constante de tiempo y el retardo de un sistema equivalente de primer orden con retardo.

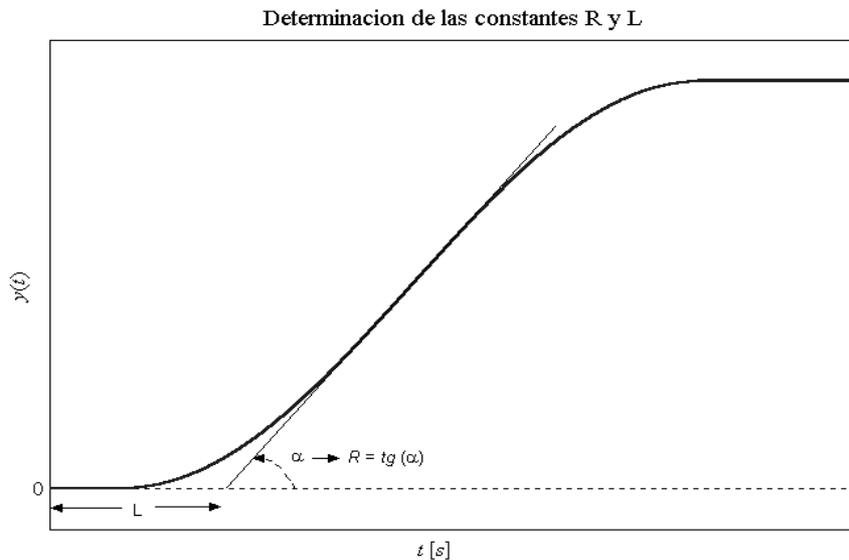


Fig. 1.5: Determinación de las constantes R y L.

A partir de los parámetros R y L , Ziegler y Nichols recomiendan la utilización de los siguientes valores para diseñar al controlador PID.

$$\begin{aligned}
 K_p &= 1,2 / (R.L) \\
 T_i &= 2L \\
 T_d &= 0,5L
 \end{aligned}
 \tag{1.12}$$

El segundo conjunto de reglas conocido como "de ciclo límite" se basa en la información obtenida a partir de condiciones límites de estabilidad del proceso en lazo cerrado empleando un controlador proporcional puro. Si denominamos K_c la ganancia crítica que lleva al sistema (proporcional puro) al borde de la inestabilidad y P_c al período de la oscilación para dicha condición, Ziegler y Nichols recomiendan los siguientes valores empíricos para el controlador PID:

$$\begin{aligned}
 K_p &= 0,6 K_c \\
 T_i &= 0,5 P_c \\
 T_d &= 0,125 P_c
 \end{aligned}
 \tag{1.13}$$

Es interesante, observar la relación T_i/T_d con respecto a los comentarios realizados en las secciones precedentes.

Si bien ambos métodos de Ziegler y Nichols tienen una componente empírica, originalmente se basaron en la minimización del siguiente índice de performance:

$$J = \int_0^{\infty} |e(t)| dt
 \tag{1.14}$$

cuando sistemas particulares (altamente integradores) eran sometidos a perturbaciones.

Fue observado por Ziegler y Nichols que la mayoría de las respuestas óptimas, presentaban un modo de oscilación cercano al denominado de respuesta "un cuarto"

(quarter decay), donde la amplitud de la segunda sobreelongación de la respuesta al escalón disminuye a la cuarta parte de la amplitud de la primera (figura 1.6). Este tipo de respuesta, en apariencia muy subamortiguado fue considerado como un buen compromiso entre velocidad de respuesta y adecuada estabilidad, para sistemas sometidos a perturbaciones.

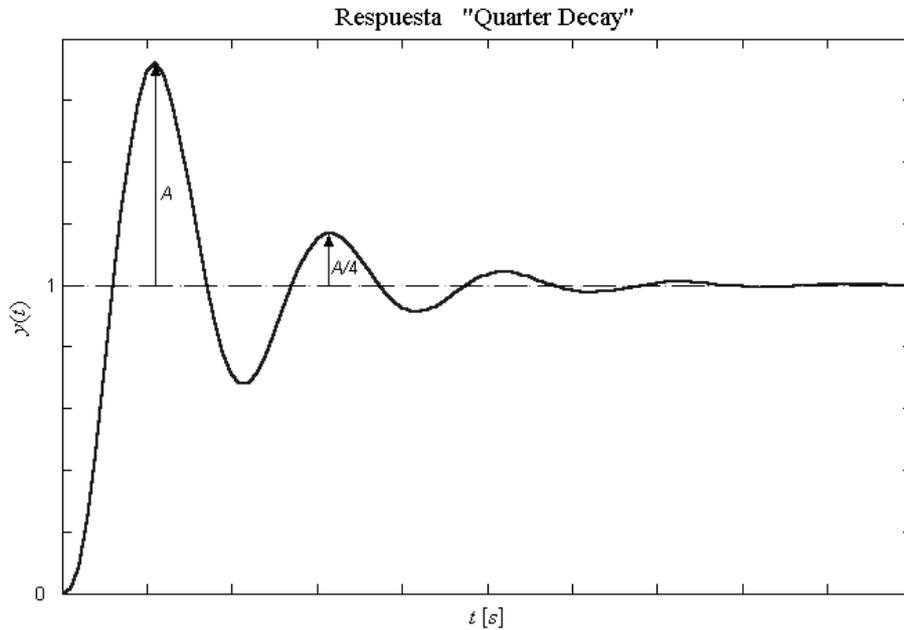


Fig. 1.6: Respuesta "quarter decay"

La aplicación indiscriminada de las reglas de Ziegler y Nichols da lugar a que, en determinadas ocasiones, se olviden las premisas utilizadas para su deducción y se las consideren, en forma apresurada, como incorrectas.

Si la respuesta temporal que resulta de aplicar las reglas de Ziegler y Nichols resulta excesivamente subamortiguada para los requerimientos de un sistema en particular es necesario recurrir a otros métodos, por ejemplo alguno que procure minimizar otro índice de performance.

Debe tenerse presente que un conjunto de reglas es óptimo para un conjunto de suposiciones, una de ellas en particular, es la estructura del proceso. Si esto último no es tenido en cuenta pueden presentarse situaciones en apariencia contradictorias, como por ejemplo, que un método como el de Jackson [17] que se basa en la minimización del error medio cuadrático, aplicado a algún caso particular pueda presentar menor índice de performance J (Ec. 1.14) que el método de Ziegler y Nichols que "debería" minimizar dicho índice.

Ejemplo:

Se desea compensar utilizando un controlador PID, y aplicando el método de Ziegler y Nichols, una planta analógica cuya función de transferencia esta dada por:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 0,5)(s + 1)(s + 10)} \tag{1.15}$$

Se utilizará el método del ciclo límite o segundo método de Ziegler y Nichols.

Para aplicar el método se deben determinar en primer lugar la ganancia crítica K_c y el período de la oscilación P_c (u $\omega_c=2\pi/P_c$). Como en este caso particular la función de transferencia de la planta es conocida, los parámetros anteriores pueden ser determinados analítica o gráficamente empleando alguno de los métodos de la teoría del control clásico (Método del lugar de las raíces, método de Bode, método de Nyquist, etc.) [32].

Aplicando alguno de dichos métodos a la planta analógica dada se obtienen los siguientes valores:

$$K_c = 180 ; P_c = 1,56 \text{ seg.}$$

Si, una vez determinados los valores de K_c y P_c , se utiliza el método del ciclo límite, se obtiene la siguiente función de transferencia para el compensador PID:

$$G_c = 1,08 + 21,06 s + 138 / s \quad (1.16)$$

En la figura 1.7 se ha representado la respuesta al escalón del sistema realimentado empleando el compensador PID determinado por la Ec. (1.16).

Puede constatarse en la figura que se anula el error de estado estacionario y que la amplitud de la segunda oscilación se reduce aproximadamente a la cuarta parte de la amplitud de la primera.

Si la función de transferencia de la planta no es conocida, puede procederse en forma experimental para determinar los valores de K_c y P_c , realimentando al sistema con un control proporcional y variando la ganancia de éste hasta las proximidades de la condición límite que define K_c y ω_c (figura 1.8). Resulta obvio que no todos los procesos pueden ser sometidos a este tipo de experiencias.

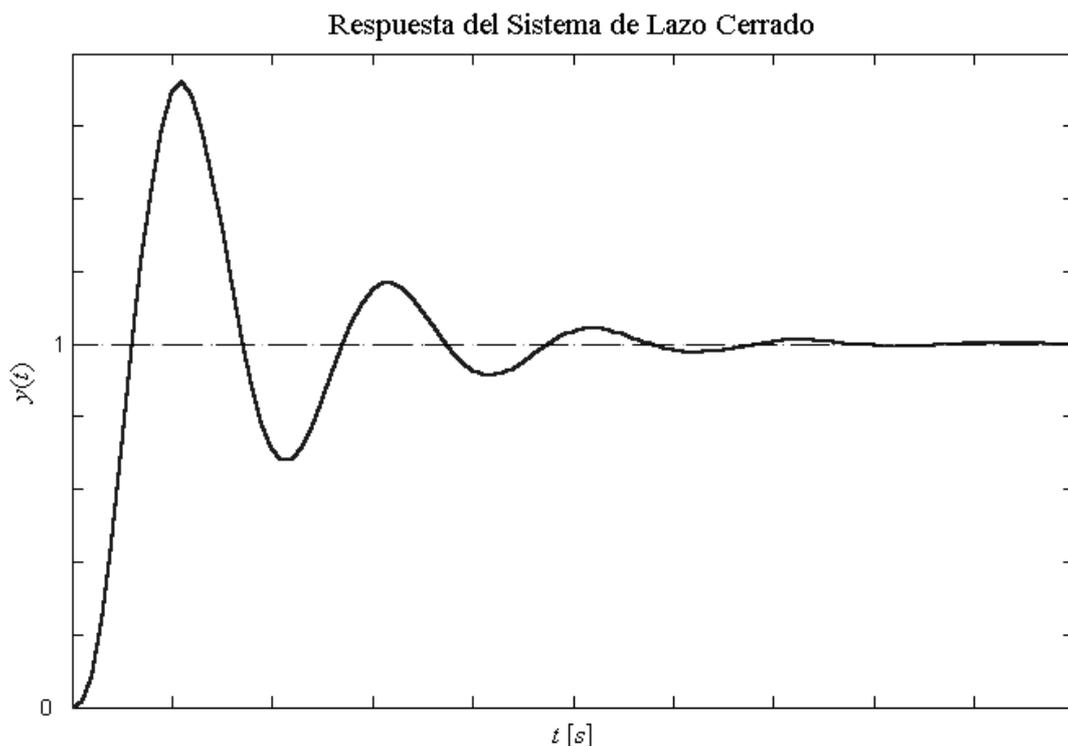


Fig. 1.7: Respuesta al sistema de lazo cerrado.

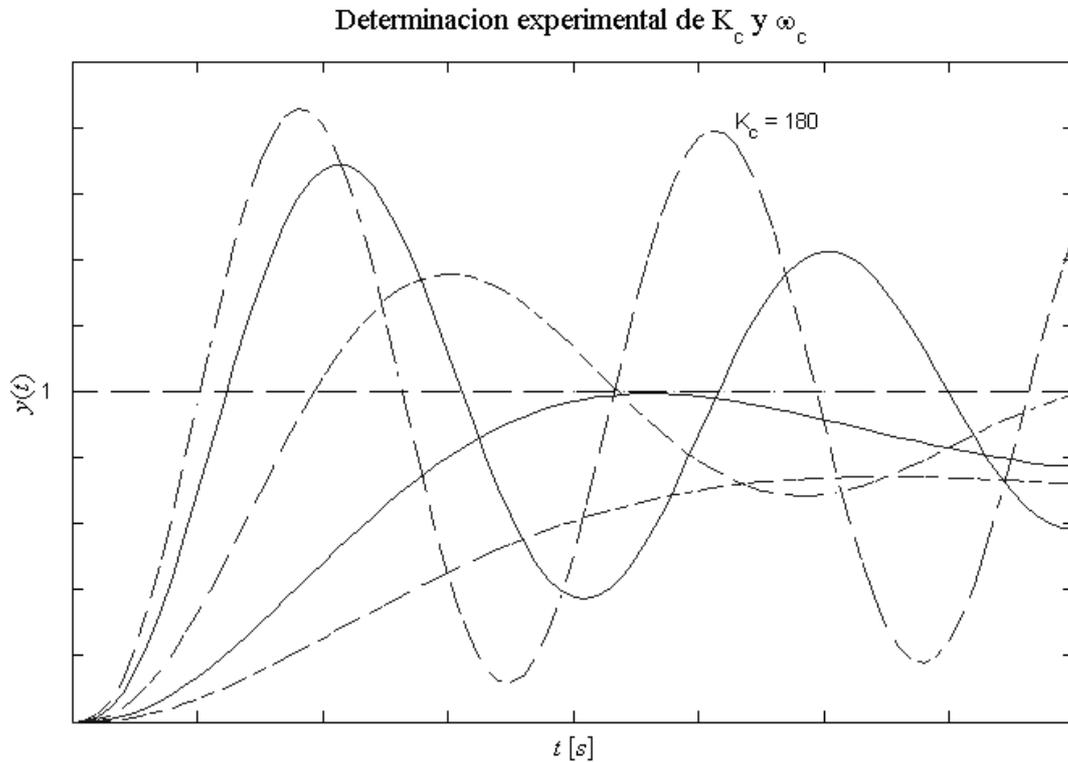


Fig. 1.8: Determinación experimental de K_c y ω_c .

2 b) Método del Margen de Fase

La función de transferencia del controlador PID en el dominio de la frecuencia compleja es:

$$G_c(s) = K_p \left\{ 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right\} \quad (1.17)$$

la cual evaluada para $s = j\omega$ resulta:

$$G_c(j\omega) = K_p \left\{ 1 + j(T_d \omega - \frac{1}{T_i \omega}) \right\} \quad (1.18)$$

Si se pretende que el sistema tenga un determinado margen de fase MF a una pulsación ω_1 en particular debe verificarse que:

$$G_c(j\omega_1)G(j\omega_1) = e^{(-j(180^\circ - MF))} \quad (1.19)$$

La Ec. (1.19) puede descomponerse en las siguientes condiciones para el módulo y la fase de $G_c(j\omega_1)$:

$$|G_c(j\omega_1)| = \frac{1}{|G(j\omega_1)|} \quad (1.20)$$

$$G_c(j\omega_1) = \theta|_{\omega_1} = -180^\circ + MF - \angle G(j\omega_1)$$

A partir de las ecuaciones (1.18), (1.19) y (1.20) resulta:

$$K_p = |G_c(j\omega_1)| \cos(\theta|_{\omega_1}) = \cos(\theta|_{\omega_1}) \frac{1}{|G(j\omega_1)|} \quad (1.21)$$

$$K_p (T_d \omega_1 - \frac{1}{T_i \omega_1}) = \text{sen}(\theta|_{\omega_1}) \frac{1}{|G(j\omega_1)|} \quad (1.22)$$

Por consiguiente, conocida la función de transferencia $G(j\omega)$ del sistema, los coeficientes K_p , T_i y T_d del controlador PID pueden ser elegidos para cumplir con los requerimientos de margen de fase a una determinada frecuencia f_1 dada por $f_1 = \omega_1 / 2\pi$. Puede observarse que se dispone de un grado de libertad para determinar K_p , T_i y T_d , ya que se dispone de sólo dos ecuaciones (1.21) y (1.22) para tres incógnitas.

Satisfaciendo la Ec. (1.21), en general, se verifica que incrementos en T_d aumentan el ancho de banda del sistema, mientras que decrementos en T_i disminuyen el error de estado estacionario generalizado. Es importante hacer notar que si las Ec. (1.21) y (1.22) se verifican en forma simultánea, variar T_d y T_i implica variar el margen de ganancia sin modificar el de fase [28].

La información necesaria sobre $G(j\omega)$ puede reducirse al mínimo si se toma como frecuencia de margen de fase (frecuencia a la cual $|G_c(j\omega)G(j\omega)| = 1$) a la frecuencia a la cual el sistema realimentado en forma negativa y con controlador proporcional puro, se hace inestable ($f = \omega_c / 2\pi$). De esta manera la fase del controlador coincide con el margen de fase deseado, ya que la fase del proceso $G(j\omega)$ a esta frecuencia resulta ser de -180° .

En estas condiciones a partir de las ecuaciones (1.21) y (1.22) se obtiene [28]:

$$K_p = \cos(MF) \frac{1}{|G(\omega_c)|} \quad (1.23)$$

$$K_p T_d \omega_c - K_p \frac{1}{T_i \omega_c} = \text{sen}(MF) \frac{1}{|G(j\omega_c)|} \quad (1.24)$$

Si hacemos T_i proporcional a T_d y mantenemos al coeficiente de proporcionalidad α mayor o igual a 4,

$$T_i = \alpha T_d \quad \text{con } \alpha \geq 4 \quad (1.25)$$

se obtiene:

$$T_d \omega_c - \frac{1}{\alpha T_d \omega_c} = \text{tg}(MF) \quad (1.26)$$

$$\alpha T_d^2 \omega_c^2 - 1 - (\text{tg}(MF)) \alpha T_d \omega_c = 0$$

de donde se obtiene finalmente:

$$C_1, C_2 = \frac{\text{tg}(MF)}{2} \pm \frac{\sqrt{\text{tg}^2(MF) + 4/\alpha}}{2} \quad (1.27)$$

Una vez calculada la pulsación crítica ω_c , la expresión (1.27) nos permite determinar el parámetro T_d del controlador de modo tal de satisfacer los requerimientos de margen de fase establecidos.

Para aplicar el método sólo es necesario medir la ganancia crítica que lleva al proceso a la inestabilidad y la pulsación ω_c presente en dicha situación. Esta información es la misma que se requería para aplicar el segundo método de Ziegler y Nichols (método de ciclo limite).

2 d) Métodos de asignación de polos y ceros

A diferencia de los métodos discutidos anteriormente el método de asignación de polos y ceros requiere para su aplicación un buen conocimiento a priori del sistema a controlar, lo cual limita apreciablemente su rango de aplicación.

Los métodos de asignación de polos y ceros se basan en establecer a priori las zonas del plano s donde se desean ubicar las raíces del sistema de lazo cerrado. Posteriormente se eligen los parámetros del compensador de modo tal que las raíces del sistema realimentado se ubiquen dentro de las zonas establecidas.

Los métodos de asignación de polos y ceros se hallan desarrollados en la literatura en forma general para sistemas lineales y sin imponer restricciones a la estructura del compensador. [3]

Puede demostrarse [33] que si:

- el sistema a controlar es de segundo orden y no presenta retardos puros, y si
- el controlador es PID y no presenta restricciones de orden práctico,

entonces los tres polos de lazo cerrado pueden ser localizados en puntos preestablecidos del plano s . Los valores de las tres constantes K_p , T_i y T_d que permiten esta localización se obtienen a partir de la resolución de la ecuación característica de lazo cerrado. Un tratamiento detallado del método de asignación de polos para procesos controlados con PID's puede ser encontrado en la referencia [33].

1.3.-Reset-Windup

Todo controlador o elemento accionador real presenta una región de saturación que sumada al efecto integrador del PID puede producir un fenómeno denominado reset-windup [32]. Este fenómeno puede causar fuertes sobrepicos en la respuesta temporal del sistema y se pone en evidencia ante cambios importantes de la señal de referencia o perturbaciones de gran amplitud.

Para una rápida comprensión del problema supongamos un sistema controlado a través de un PI que presenta saturación (figura 1.9). Ante una excitación (o perturbación) que produzca un error apreciable, el controlador satura instantáneamente debido a su acción proporcional $u_1(t)$, la acción integral $u_2(t)$ no presenta respuesta inmediata pero comienza a integrar el error pudiendo suceder que debido a la amplitud y duración de éste el valor integrado $u_2(t)$ adquiera una magnitud tal que impida transitoriamente que el controlador salga de la región de saturación pese a que el error haya disminuido apreciablemente.

Resulta necesario que el error cambie de signo, para que el valor de $u_2(t)$ comience a decrecer (lo cual provoca un sobrepico en la respuesta). En efecto, la

disminución de $u_2(t)$ es lenta lo cual provoca que la acción de control $u(t)$ mantenga su signo (pese a que el error es de signo contrario) y por consiguiente pueden producirse apreciables sobrepicos en la repuesta temporal del sistema.

Este efecto es más pronunciado en sistemas que poseen retardo puro, ya que en estas condiciones entre el instante en que se aplica la excitación y el instante en que el proceso reacciona, la acción integral puede alcanzar un valor elevado.

Una de las maneras de evitar este fenómeno es diseñar el controlador de manera tal que la acción integral $u_2(t)$ se mantenga en cero hasta que la acción proporcional esté actuando en zona lineal.

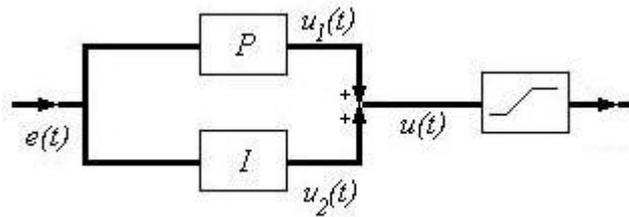


Figura 1.9: Controlador PI con saturación

Ejemplo:

Supóngase que el proceso definido por la ecuación de transferencia

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,001s+1)} \quad (1.28)$$

es controlado a través de una acción proporcional e integral como se indica en la figura 1-10.

Considérese también que el controlador por efectos de saturación no puede integrar una acción de control superior (ni inferior) a 100 (-100).

En las figuras 1.11a, b y c se indican las respuestas transitorias del mismo sistema a dos escalones diferentes, evidenciándose el efecto de reset-windup anteriormente mencionado.

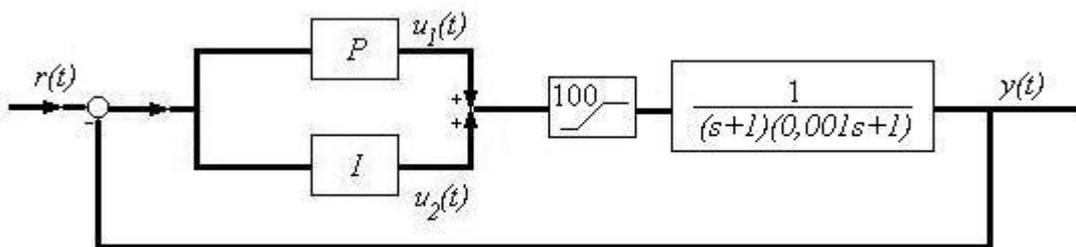


Fig. 1.10

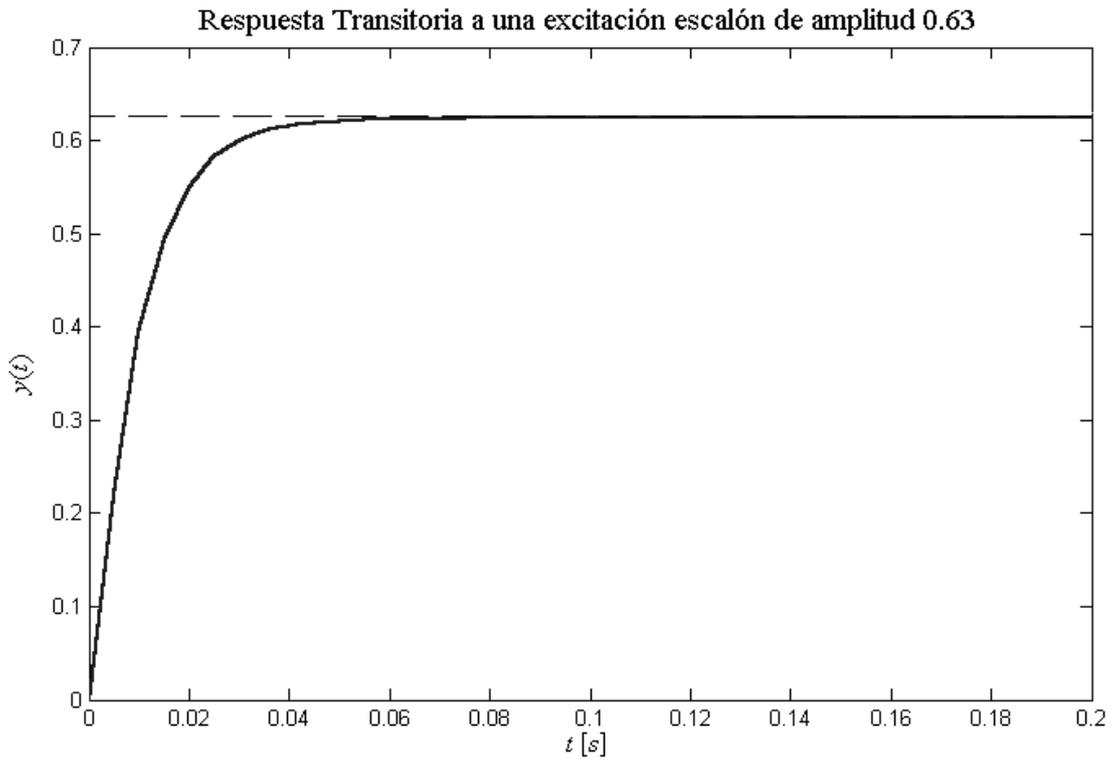


Fig. 1.11a: Respuesta transitoria a una excitación escalón de amplitud 0 dB

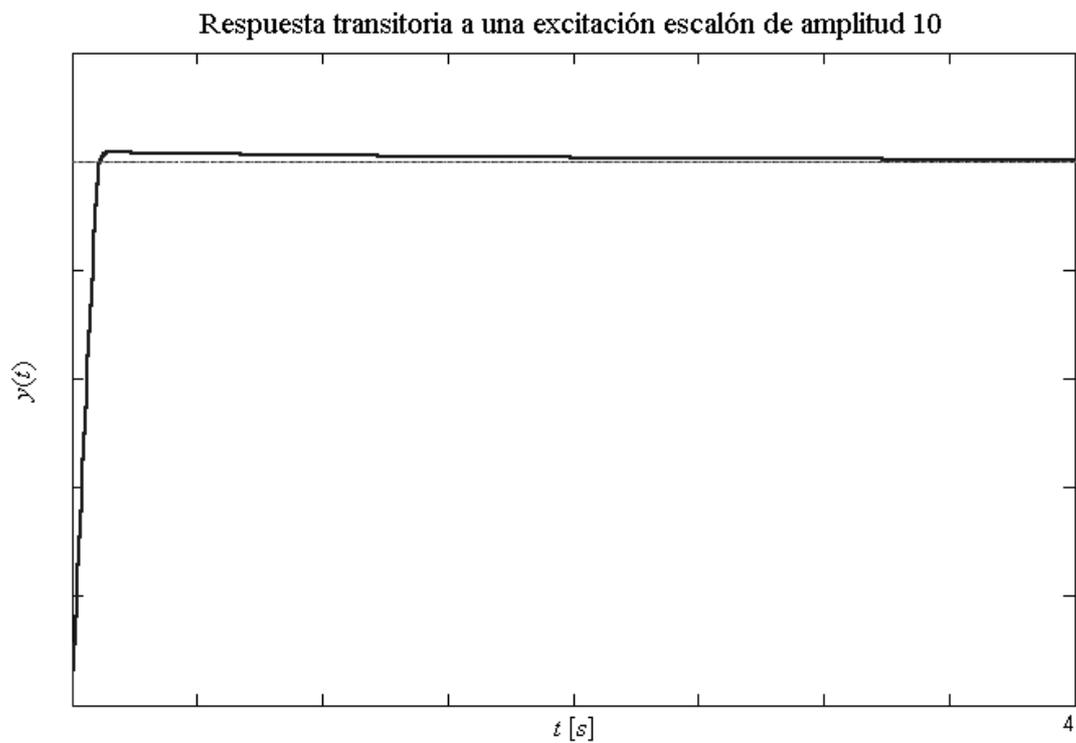


Fig. 1.11b: Respuesta transitoria a una excitación escalón de amplitud 10

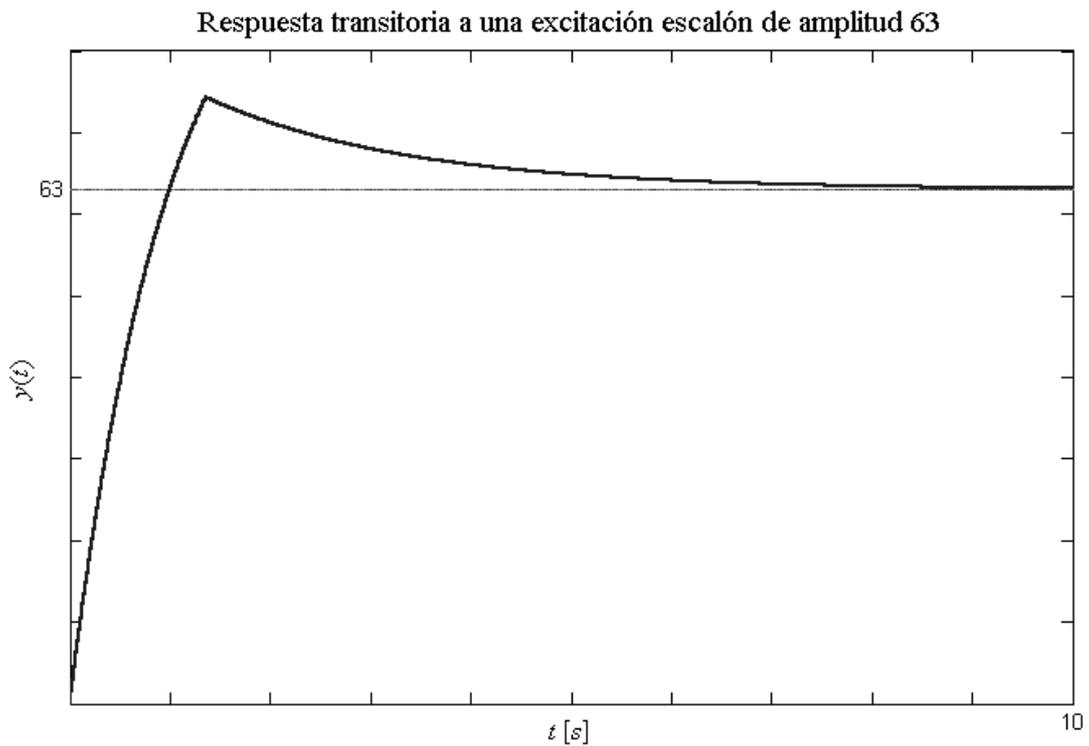


Fig. 1.11c: Respuesta transitoria a una excitación escalón de amplitud 63

1.4.-Bumpless

Normalmente, en procesos industriales, el sistema a controlar es llevado al punto de trabajo bajo la acción de control manual. Una vez alcanzada la zona de operación, el sistema pasa a ser controlado en forma automática (a lazo cerrado). Para que la transición de control manual a control automático se produzca sin sobresaltos debe verificarse que las variables del controlador presenten los estados adecuados. Es así que en los controladores industriales se implementan algoritmos denominados de 'bumpless', cuyo objetivo es ir adecuando los estados del controlador a medida que se ejerce la acción de control manual.

Estructuras PID

2.1 Introducción

A lo largo de varias décadas, el controlador PID ha demostrado un comportamiento robusto. Sin embargo, en su versión más simple (Ec. (1.4)), el controlador PID posee solo tres parámetros de ajuste y por consiguiente su comportamiento encuentra limitaciones dependiendo éstas de la complejidad del proceso a controlar y de las perturbaciones a rechazar. De acuerdo a las necesidades particulares suelen introducirse leves modificaciones en la estructura del controlador PID. En este capítulo se discute una de ellas que sin ser general involucra otras muy citadas. La estructura clásica del controlador PID (figura 2.1) está dada por la Ec. (1.4), que repetimos por comodidad.

$$u(t) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.1)$$

donde: $u(t)$ es la acción de control,
 $e(t)$ es la señal de error,
 K_p es la ganancia proporcional,
 T_i es la constante (o tiempo) integral, y
 T_d es la constante (o tiempo) derivativa.

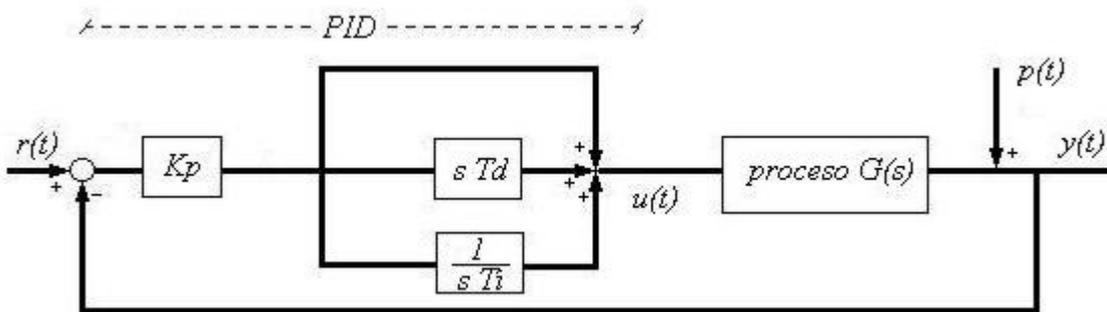


Figura 2.1: Estructura PID clásica en un lazo de control

La sintonía del controlador se reduce al ajuste de las constantes K_p , T_i y T_d a los fines de verificar las especificaciones preestablecidas. En muchas aplicaciones, estos tres parámetros no son suficientes para satisfacer en forma simultánea las especificaciones de rechazo a perturbaciones y de seguimiento. En general estas dos especificaciones están en contraposición. Efectivamente, en control de procesos es común requerir un comportamiento relativamente subamortiguado para rechazar perturbaciones (las cuales son normalmente pequeñas frente al valor de la referencia) de modo que la variable controlada entre rápidamente en la zona de tolerancia. Este comportamiento subamortiguado suele ser no tolerable para cambios en el setpoint, ya que puede dar origen a sobrepicos de valor absoluto importantes.

2.2 Modificación de la estructura PID

En un reciente trabajo, Eitelberg [10] ha propuesto una leve modificación a la estructura PID clásica (figura 2.1) que consiste en pesar de diferente manera la señal de referencia para los distintos tipos de acción (proporcional, integral y derivativa) (figura 2.2). En realidad una estructura más general de la cual ésta puede ser derivada fue propuesta con anterioridad por Gawthrop [11][12]

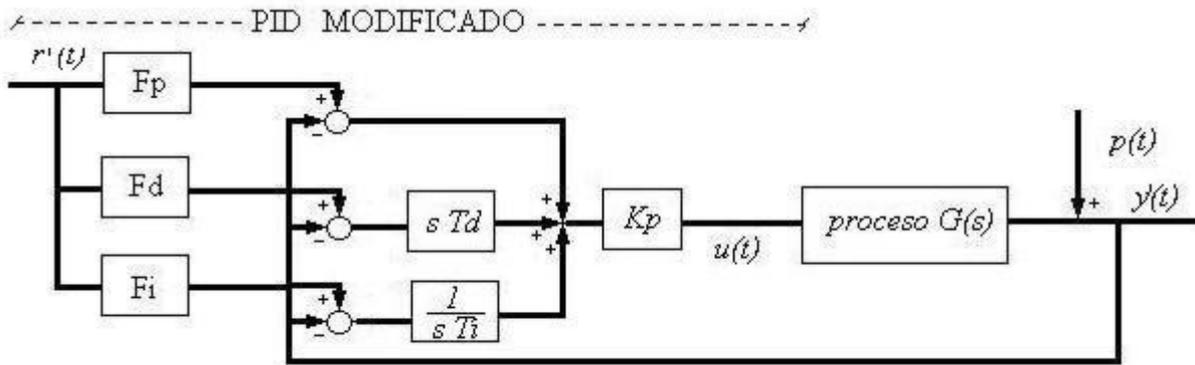


Figura 2.2. Estructura PID modificada en un lazo de control

De la observación de la figura 2.2 queda claro que la inclusión de los bloques de ganancia F_p , F_i y F_d no alteran las propiedades de regulación del sistema, ya que la señal de perturbación no pasa a través de dichos bloques. Sin embargo la relación entrada-salida del sistema se ve afectada, produciéndose un cambio con respecto a la establecida por el controlador PID clásico.

Resulta razonable elegir $F_i=1$ para que la magnitud controlada iguale a la señal de referencia en estado estacionario. De esta manera, sólo han sido incluidas dos ganancias con respecto a la estructura clásica, las cuales permiten aumentar los grados de libertad para cumplir requisitos de diseño. Puede observarse que si $F_p=F_i=F_d=1$ la nueva estructura se reduce a la clásica.

Para los casos particulares:

$$F_p=1, F_d=0, F_i=1 \quad \text{ó}$$

$$F_p=0, F_d=1, F_i=1 \quad \text{ó}$$

$$F_d=0, F_p=0, F_i=1.$$

se obtienen tres estructuras levemente diferentes a la clásica, pero muy empleadas, que tienen por objetivo básico no reducir el rango dinámico del controlador en aplicaciones donde la señal de referencia varía considerablemente en el tiempo, o cuando existen ruidos significativos en la medida de la variable controlada.

En el trabajo de Eitelberg se presentan dos ejemplos, simulados en computadora, de procesos controlados por medio de un PI. En ellos se diseña el controlador PI clásico para óptimo rechazo a las perturbaciones [25], y se muestra cómo a través del ajuste de F_p es posible modificar la respuesta transitoria del sistema para cambios de la señal de referencia. A continuación se realiza una interpretación más formal de los efectos introducidos por la modificación citada.

La ecuación de transferencia del sistema a lazo cerrado (figura 2.1) compensada con un PID de estructura clásica es:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{PID(s)G(s)}{1 + PID(s)G(s)} \quad (2.2)$$

siendo $G(s)$ la ecuación de transferencia del proceso a controlar y

$$PID(s) = \frac{K_p(1 + T_i s + T_d T_i s^2)}{s T_i} \quad (2.3)$$

la ecuación de transferencia del controlador PID de estructura clásica.

A su vez la ecuación de transferencia del sistema de la figura 2.2, es:

$$\frac{Y'(s)}{R'(s)} = \frac{K_p(1 + F_p T_i s + F_d T_d T_i s^2)}{T_i s} \frac{G(s)}{1 + PID(s)G(s)} \quad (2.4)$$

Puede observarse que el primer factor de la Ec. (2.4) es de la misma forma que la Ec. (2.3), razón por la cual la siguiente notación es empleada:

$$PID'(s) = \frac{K_p(1 + F_p T_i s + F_d T_d T_i s^2)}{T_i s} \quad (2.5)$$

luego la Ec. (2.4) se reduce a:

$$\frac{Y'(s)}{R'(s)} = \frac{PID'(s)G(s)}{1 + PID(s)G(s)} \quad (2.6)$$

$$\frac{Y'(s)}{R'(s)} = \frac{PID'(s)}{PID(s)} \frac{PID(s)G(s)}{1 + PID(s)G(s)} \quad (2.7)$$

La expresión (2.7) que puede ser interpretada como la correspondiente a dos bloques en cascada: uno que corresponde al sistema a lazo cerrado compensado con un PID de estructura clásica. Y otro que cancela perfectamente los dos ceros que introduce este controlador y ubica otros dos ceros en algún lugar del plano s . Dicho en otros términos los ceros de la función de transferencia entrada-salida, que originalmente en la estructura clásica tenían una ubicación fija, ahora pueden ser relocalizados variando F_p y F_d .

Análogamente, para el caso del controlador PI ($T_d=0$):

$$\frac{Y''(s)}{R''(s)} = \frac{PI'(s)}{PI(s)} \left(\frac{PI(s)G(s)}{1 + PI(s)G(s)} \right) \quad (2.8)$$

donde:

$$PI'(s) = \frac{K_p(1 + F_p T_i s)}{T_i s} \quad (2.9)$$

es decir que cambios, en la ganancia F_p permiten modificar la ubicación del cero de lazo cerrado introducido por el PI clásico a lo largo del eje real.

Ejemplo:

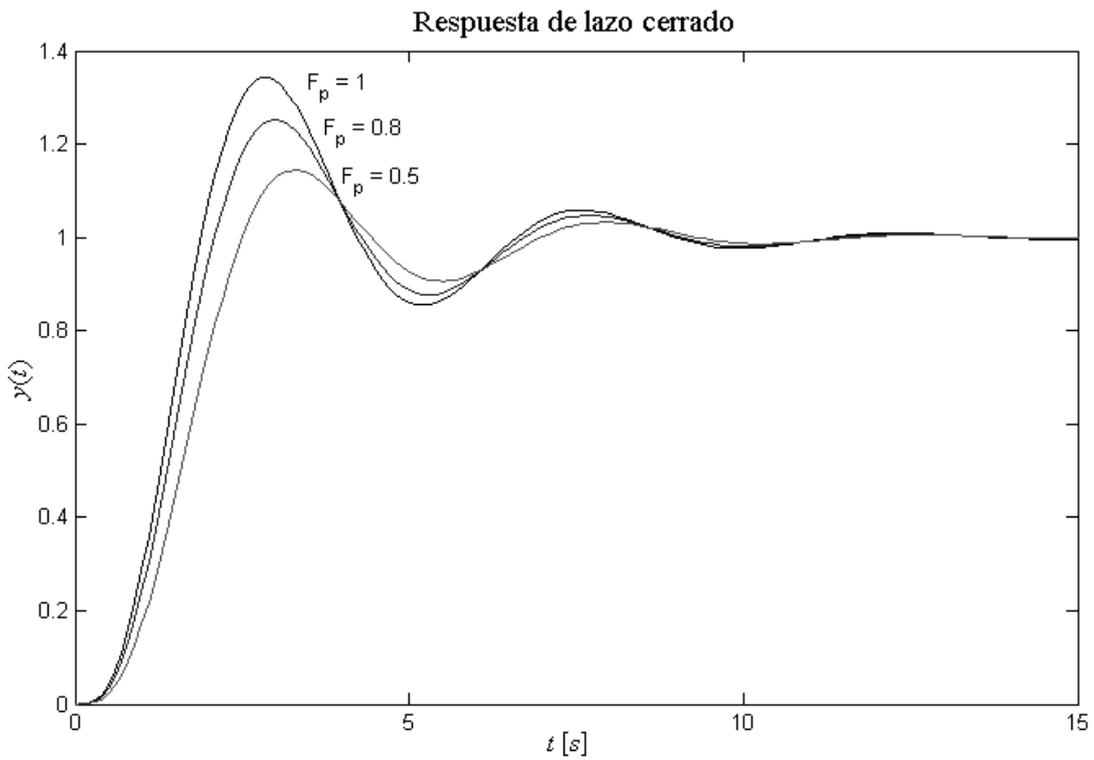
Supongamos un sistema que responde a la ecuación:

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0,333s)^3} \quad (2.10)$$

que corresponde a uno de los ejemplos planteados en la referencia [10], es controlado con un PI para rechazar perturbaciones en forma óptima según el método propuesto en [25], resultando:

$$K_p=1.35 \text{ y } T_i=1/(0,894*1,35) \quad (2.11)$$

La figura 2.3 muestra distintas respuestas temporales ante el mismo cambio de la referencia, para diferentes valores de la ganancia F_p . Las diferentes respuestas pueden interpretarse a partir de las ecuaciones (2.8) y (2.9). A este efecto en la figura 2.4a se grafica la localización de raíces en el plano s de la función de transferencia entrada-salida cuando el sistema se compensa con el PI de estructura clásica, mientras que en las figuras 2.4b, c se muestran los diagramas cero polar para los casos en que F_p es igual a 0,8 y 0,5 respectivamente.



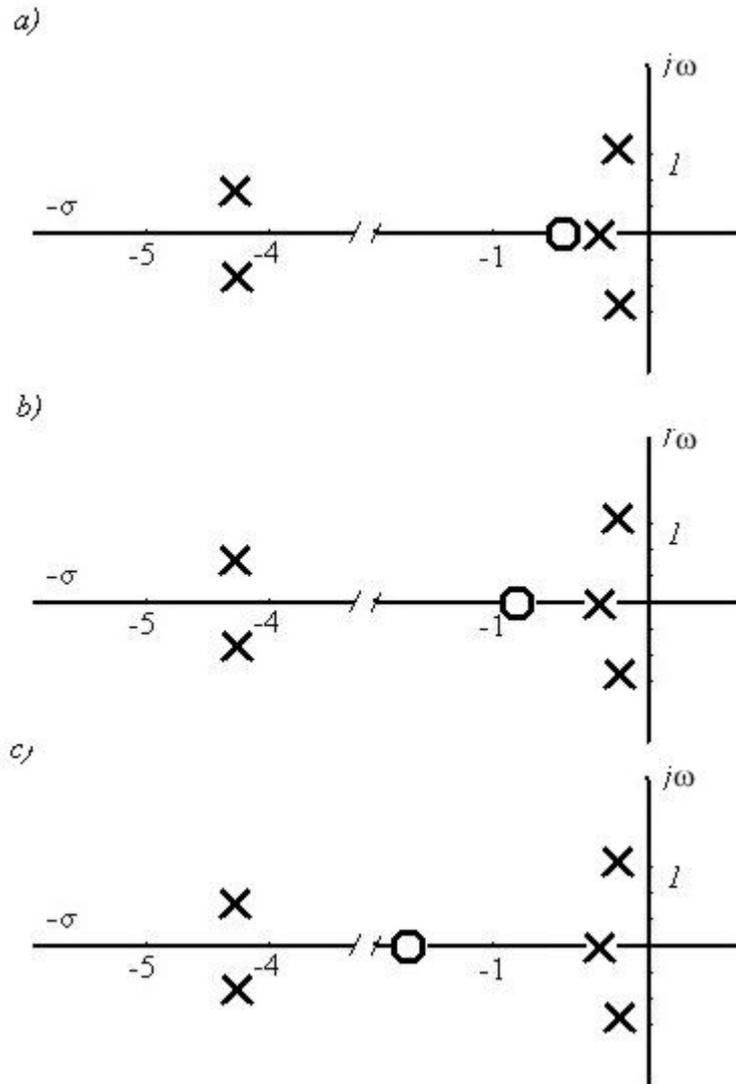


Fig. 2.4. Configuración cero-polar de la transferencia de lazo cerrado.

a) $F_p=1$, b) $F_p=0,8$, c) $F_p=0,5$

De la observación de las figuras puede interpretarse la amortiguación de la sobreelongación. Efectivamente, a medida que el cero se aleja de su posición inicial hacia valores más negativos, el polo p_1 (cuyo efecto estaba en buena parte cancelado por el cero) tiene mayor influencia sobre la respuesta temporal, contribuyendo a ésta con una exponencial de constante de tiempo $1/p_1$.

En general el desplazamiento del cero (o ceros) para el caso del PI (o PID) a lo largo del eje real (o plano complejo) va cancelando o acentuando el efecto de los polos de la función de transferencia entrada-salida y por consiguiente, modifica la respuesta transitoria ante cambios de la señal de referencia.

Para el caso del controlador PI, el grado de libertad introducido por la inclusión de F_p permite un ajuste simple, desde el punto de vista práctico, de la respuesta transitoria.

Si bien para el caso más general del controlador PID cabrían esperarse mejoras tan o más apreciables, ya que se han introducido más grados de libertad, también es cierto que el ajuste experimental no resultará ni tan simple ni intuitivo.

2.3 Sintonía del controlador PID de estructura modificada

El procedimiento para el diseño del controlador PID de estructura modificada (figura 2.2) puede ser realizado en dos fases:

a) la primera es la selección de los parámetros K_p , T_i y T_d a los fines de obtener un adecuado u óptimo rechazo a perturbaciones. En general esto da lugar a un comportamiento subamortiguado, que puede ser asignado a un par de polos complejos dominantes de lazo cerrado.

b) la segunda corresponde a la sintonía de las ganancias F_p y F_d a fines de obtener características de seguimiento próximas a las especificadas.

A continuación se describe una alternativa simple y útil para especificar F_p y F_d , para el caso en que el controlador PID clásico (K, T_i, T_d) es ajustado por el método de Ziegler y Nichols. Es supuesto también que el sistema bajo control es de fase mínima. En la referencia [23] puede encontrarse una metodología general para el diseño.

Las reglas de Ziegler y Nichols, tienen por principal mérito el requerir escasa información del proceso a controlar, siendo quizás las más divulgadas.

Cabe recordar, que las reglas de Ziegler y Nichols tienen por finalidad obtener buen rechazo a perturbaciones y normalmente dan respuestas transitorias sumamente subamortiguadas [32]. Como ya ha sido comentado, las perturbaciones normalmente son pequeñas y por consiguiente la sobreelongación de la respuesta transitoria cae dentro de la tolerancia permitida por las especificaciones. Sin embargo, el sobrepico resultante suele ser intolerable en valor absoluto cuando se modifica la señal de referencia en forma apreciable (figura 2.5).

Respuesta de un sistema de LC ante el cambio en el "set point" y una perturbación

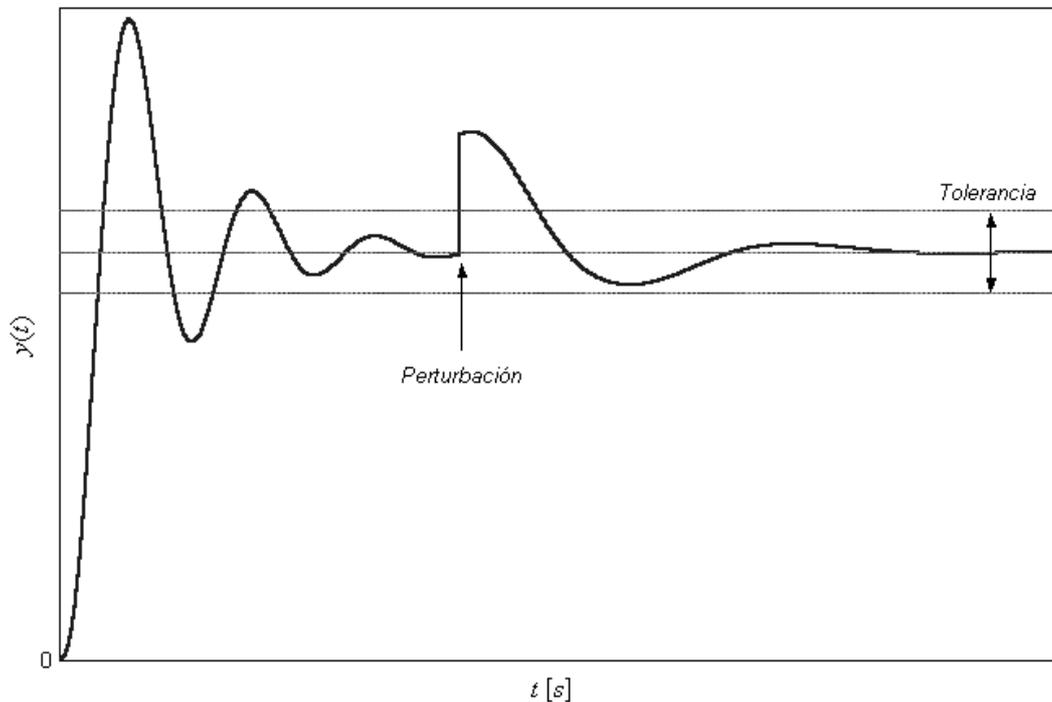


Figura 2.5. Respuesta genérica de un sistema a lazo cerrado ante un cambio en el "set point" y una perturbación.

En el método que se discute para calcular F_p y F_d , se supone que la respuesta subamortiguada de un sistema controlado a través de un PID según las reglas de Ziegler y Nichols puede ser aproximada a la de un sistema con un par de polos complejos conjugados dominantes.

El método consiste en elegir F_p y F_d de manera que los ceros resultantes tiendan a cancelar el efecto predominante de ese pseudo par de polos complejos conjugados. Así planteado el problema surgen algunas preguntas que encuentran respuesta en las próximas secciones, tales como:

- a) Si la información del proceso es de por sí pobre o nula, ¿cómo resulta posible realizar una estimación simple de la ubicación de los polos dominantes de un modelo del sistema a lazo cerrado?
- b) ¿qué sucede con las amplitudes de las señales en distintos puntos del lazo?, ¿se requiere mayor acción de control?
- c) ¿Qué sucede si el sistema a lazo cerrado se aparta de la aproximación de segundo orden realizada?

Con respecto al primer interrogante, si el sistema es de fase mínima, es posible realizar una estimación gruesa de la ubicación de los 2 polos del modelo del sistema a lazo cerrado [22] con la ayuda de una interpretación del método de Ziegler y Nichols realizada por Astrom [1] en base al método del margen de fase.

Según esta interpretación, si se diseña el PID para verificar un margen de fase de aproximadamente 30° a la pulsación crítica (ω_c), resulta:

$$\begin{aligned}
K_p &= 0,87 K_c \\
T_i &= 0,55 P_c \\
T_d &= 0,14 P_c
\end{aligned}
\tag{2-12}$$

Vinculando estos coeficientes con los correspondientes a Ziegler y Nichols ($K_p=0,6K_c$, $T_d=0,125P_c$, $T_i=0,5P_c$), se observa que la única diferencia sustancial resulta ser que en el método de Ziegler y Nichols la ganancia K_p resulta ser 0,69 veces más chica.

En el apéndice A se demuestra que si se diseña el controlador PID por Ziegler y Nichols, puede considerarse en primera aproximación que el sistema de lazo cerrado presenta un par de polos complejos con una pulsación natural ω_n' próxima a $0,8\omega_c$.

$$\omega_n' \approx \omega_c' \approx 0,8\omega_c \tag{2.13}$$

De acuerdo al método propuesto los ceros que introduce la estructura PID modificada deben ser localizados sobre los polos del modelo del sistema a lazo cerrado. Luego ω_c' resulta ser la distancia al origen de los ceros complejos a asignar, lo cual permite calcular F_d a partir de las Ec. (2.5) y (2.13):

$$F_d = \frac{1}{(\omega_n')^2 T_d T_i} = \frac{1}{(0,8\omega_c)^2 0,125 P_c 0,5 P_c} = 0,633 \tag{2.14}$$

El hecho de que F_d sea independiente del proceso a controlar es sin lugar a dudas un interesante resultado desde el punto de vista práctico.

Luego, a través de la metodología planteada se ha reducido el ajuste al de un solo coeficiente (F_p), al igual que en el caso del controlador PI, el ajuste de F_p produce el movimiento de un cero a lo largo del eje real, mientras que para el caso del PID, este ajuste produce el desplazamiento de dos ceros complejos conjugados que mantienen una distancia constante al origen.

De verificarse las suposiciones realizadas, el ajuste de F_p permite cancelar el efecto de los polos complejos conjugados del modelo del sistema a lazo cerrado.

A los fines de calcular el coeficiente F_p puede realizarse una suposición adicional. Esta se basa en el hecho de que al diseñar por Ziegler y Nichols, la respuesta del sistema suele estar próxima a la denominada de amortiguamiento de 1/4, la cual, si es asociada con un sistema de segundo orden puro, corresponde a un $\xi = 0,21$ [32]. Si bien esta información puede tener un valor muy relativo [15], dependiendo del proceso a controlar, el valor de F_p calculado empleando esta suposición resulta un buen valor para iniciar el ajuste. Luego a partir de la ecuación (2.5):

$$F_p T_i = \frac{2\xi}{\omega_n'} \tag{2.15}$$

por consiguiente:

$$F_p = \frac{2\xi}{\omega_n' T_i} = \frac{2(0,21)}{0,8\omega_c 0,5(2\pi)/\omega_c} = 0,167 = cte \tag{2.16}$$

que es un resultado no menos interesante que el anterior, ya que, bajo la suposición realizada, F_p también resulta ser independiente del proceso.

Cabe aclarar que si bien F_p y F_d son independientes del proceso, esto no implica que la localización de los ceros sea independiente de éste. (Ec. 2.5) .

Ejemplo:

Considérese un proceso descrito por la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s/2+1)(s/10+1)} \quad (2.17)$$

El diseño del controlador PID para este proceso, por medio del método de Ziegler y Nichols resulta:

$$K_p = 12 \quad T_i = 0,553 \quad T_d = 0,138$$

En la figura 2.6 se muestran las respuestas temporales, ante el mismo cambio de la señal de referencia de los sistemas correspondientes a las figuras 2.1 y 2.2, habiéndose empleado para el caso de la estructura PID modificada los valores de F_d y F_p de las expresiones (2.14) y (2.16). Puede observarse que con el método propuesto (curva b) se ha conseguido atenuar apreciablemente el sobrepico que se obtiene cuando se emplea el PID de estructura clásica diseñado por Ziegler y Nichols (curva a). Se observa también que pese a que la velocidad de respuesta resulta menor en el método propuesto, el tiempo de establecimiento ha mejorado apreciablemente.

En cuanto a la señal de comando u , se verifica que en el método propuesto, ésta presenta una disminución significativa (figura 2.7) con respecto al método clásico. Esto es debido a que, como se ve en la figura 2.6, la velocidad de cambio también es menor.

Por último, en las figuras 2.8a y b, se han graficado los diagramas de localización de raíces de las funciones de transferencia entrada-salida para ambos casos.

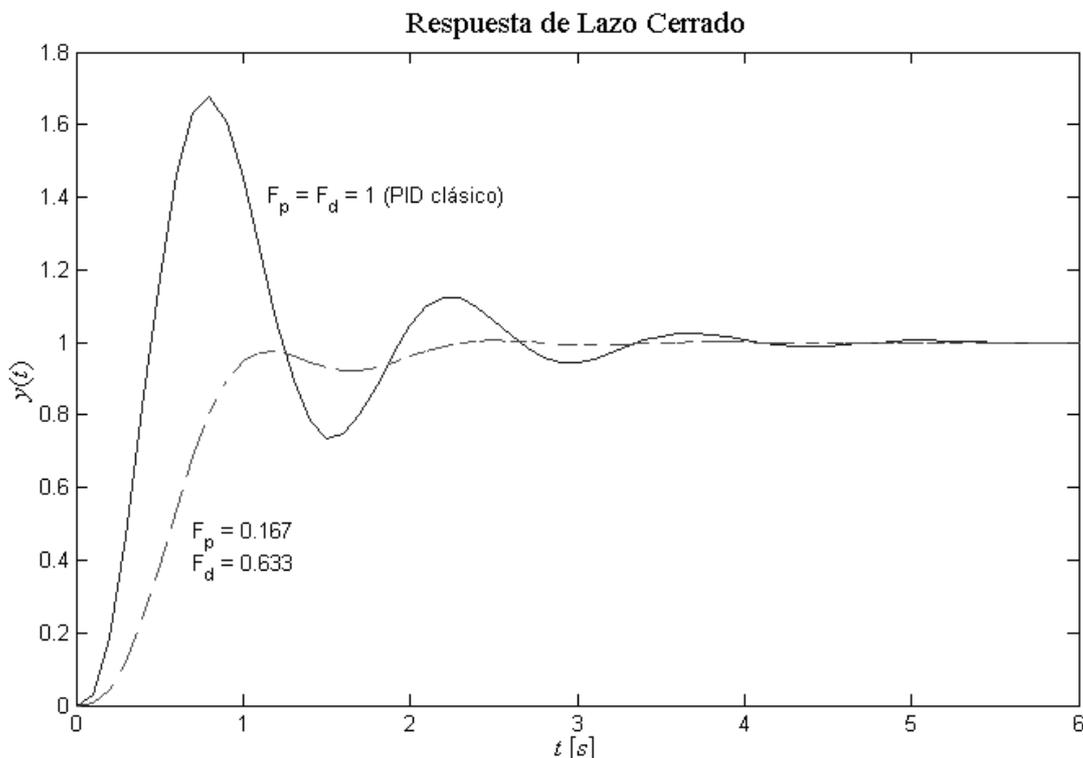


Figura 2.6. Respuesta de lazo cerrado: a) $F_p = F_d = 1$ (PID clásico) b) $F_p = 0,167$ $F_d = 0,633$

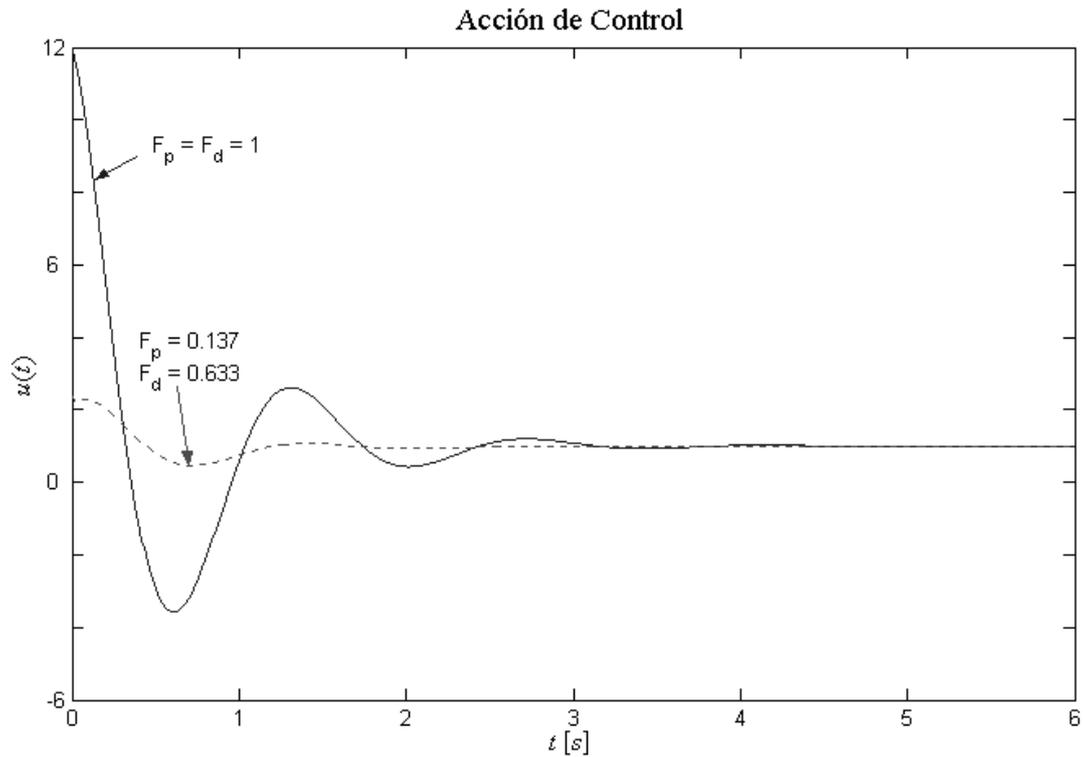


Figura 2.7. Acción de control: a) $F_p = F_d = 1$ (PID clásico) b) $F_p = 0.137$ $F_d = 0.633$

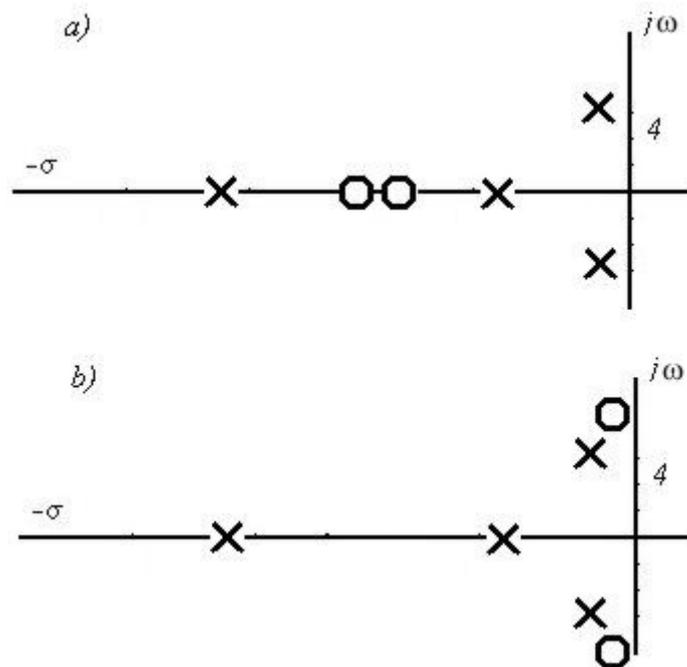


Figura 2.8. Localización de los polos y ceros de la función de transferencia de lazo cerrado

a) $F_p = F_d = 1$ (PID clásico)

b) $F_p = 0.137$ $F_d = 0.633$

Controladores PID digitales.

3.1 Introducción

La figura 3.1 indica un clásico esquema de control a lazo cerrado con compensación digital. D esquematiza el controlador digital, la llave L al convertidor análogo-digital (A/D) y H al convertidor digital-analógico (D/A) o reconstructor de señal.

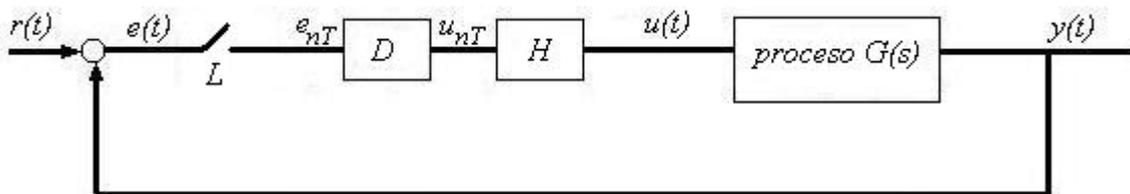


Figura 3.1 Esquema básico de control digital

Por simplicidad se emplea la siguiente notación:

$$e_{nT} = e(nT)$$

$$u_{nT} = u(nT)$$

con n entero y T el período de muestreo.

El controlador digital es básicamente un procesador digital que cada T segundos resuelve un algoritmo recursivo (ecuación de diferencias). El diseño del controlador digital suele ser realizado empleando técnicas propias de los sistemas muestreados. Potencialmente, estas técnicas permiten obtener controles más versátiles que los que se pueden conseguir con compensadores analógicos. Sin embargo, existen aplicaciones donde los controladores analógicos han demostrado trabajar satisfactoriamente, razón por la cual en muchas de estas aplicaciones se prefiere diseñar los controladores digitales directamente como una aproximación de los controladores analógicos. Este es, por ejemplo, el caso del controlador PID cuya implementación digital es solo una aproximación numérica de su ecuación integro-diferencial (ecuación (1.4)).

La figura 3.2 indica esquemáticamente los dos caminos posibles para diseñar un controlador digital a partir de la información del sistema a controlar.

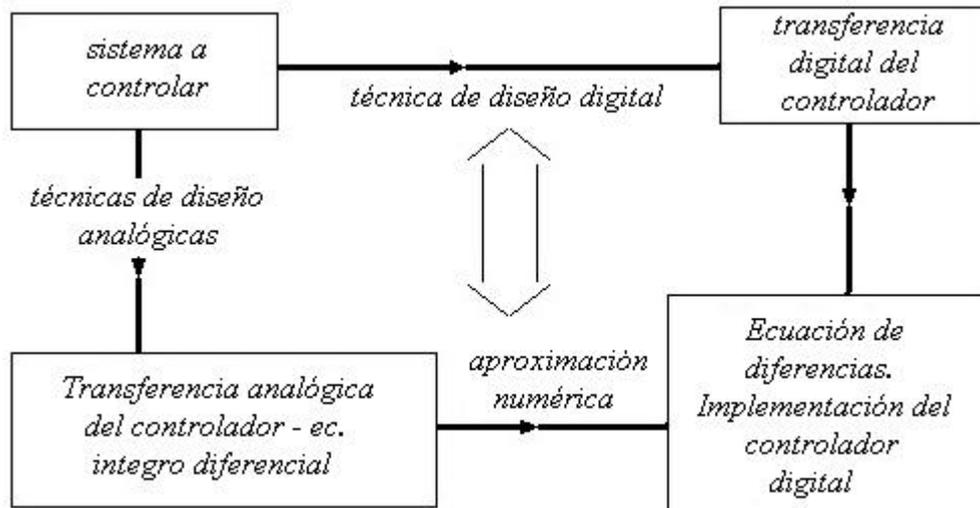


Figura 3.2

3.2 Aproximaciones numéricas

Las aproximaciones numéricas más comúnmente empleadas para discretizar la ecuación diferencial de un sistema analógico son:

- a) "regla rectangular hacia adelante o de Euler"
- b) "regla rectangular hacia atrás"
- c) "regla trapezoidal o de Tustin "

Estas reglas pueden interpretarse directamente en relación con las acciones integral y derivativa del controlador PID.

1-integral

a) "regla rectangular hacia adelante", según esta regla, la integral (3.1). es decir el área bajo la curva $K_1 \cdot e(t)$ (figura 3.3), puede ser aproximada por la sumatoria (3.2).

$$u(t) = K_1 \int_0^t e(t) dt \quad (3.1)$$

$$u_{nT} \cong K_1 T \sum_{i=0}^{n-1} e_{iT} \quad (3.2)$$

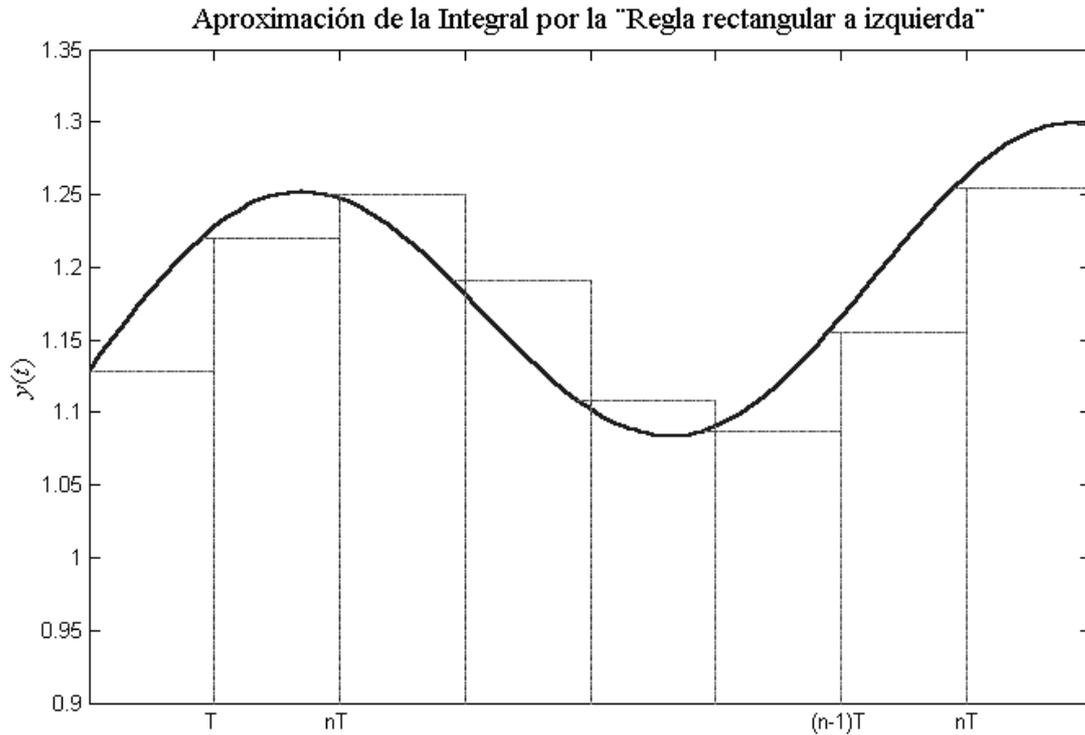


Figura 3.3. Aproximación de la integral por la “regla rectangular a izquierda”

La ecuación (3.2) (algoritmo de posición) no es útil para su aplicación directa ya que requiere almacenar todas las muestras pasadas de una señal para aproximar su integral en el instante $t=nT$. Normalmente se emplea el algoritmo recursivo denominado de velocidad en el que solo es necesario almacenar algunas muestras. A partir de la ecuación (3.2) es:

$$u_{nT} \cong K_1 T \sum_{i=0}^{n-2} e_{iT} + K_1 T e_{(n-1)T} \quad (3.3)$$

Esta expresión puede reducirse aplicando nuevamente la ecuación (3.2) a:

$$u_{nT} \cong u_{(n-1)T} + K_1 T e_{(n-1)T} \quad (3.4)$$

La ecuación (3.4) es de aplicación inmediata y requiere solamente la utilización de la última muestra de la señal $e_{(n-1)T}$ y del resultado de la integral en el paso previo

$u_{(n-1)T}$.

b) “regla rectangular hacia atrás”, según esta regla, la integral (3.1) es aproximada por la ecuación (3.5) (figura 3.4).

$$u_{nT} \cong K_1 T \sum_{i=0}^n e_{iT} \quad (3.5)$$

luego:

$$u_{nT} \cong K_1 T \sum_{i=0}^{n-1} e_{iT} + K_1 T e_{nT} \quad (3.6)$$

$$u_{nT} \cong u_{(n-1)T} + K_1 T e_{nT} \quad (3.7)$$

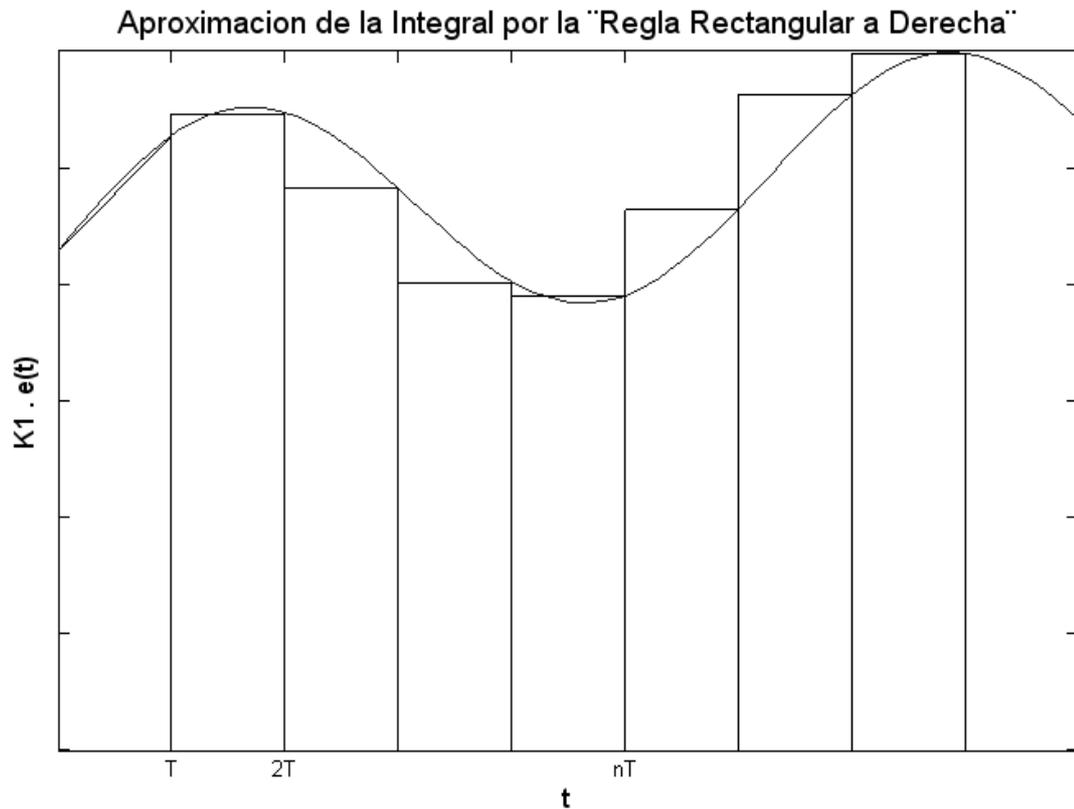


Fig. 3.4. aproximación de la integral por "la regla rectangular a derecha"

La diferencia con el caso anterior (ecuación (3.4)) radica en que se utiliza la muestra actual de la señal e_{nT} en lugar de la muestra anterior $e_{(n-1)T}$

c) "regla trapezoidal", según esta regla, la integral (3.1) es aproximada por la ecuación (3.8)(figura 3.5)

$$u_{nT} \cong (T/2) \cdot \sum_{i=0}^n [e_{(i-1)T} + e_{iT}] \quad (3.8)$$

luego:

$$u_{nT} \cong u_{(n-1)T} + (T/2)[e_{nT} + e_{(n-1)T}] \quad (3.9)$$

Aproximación de la Integral por la "Regla Trapezoidal"

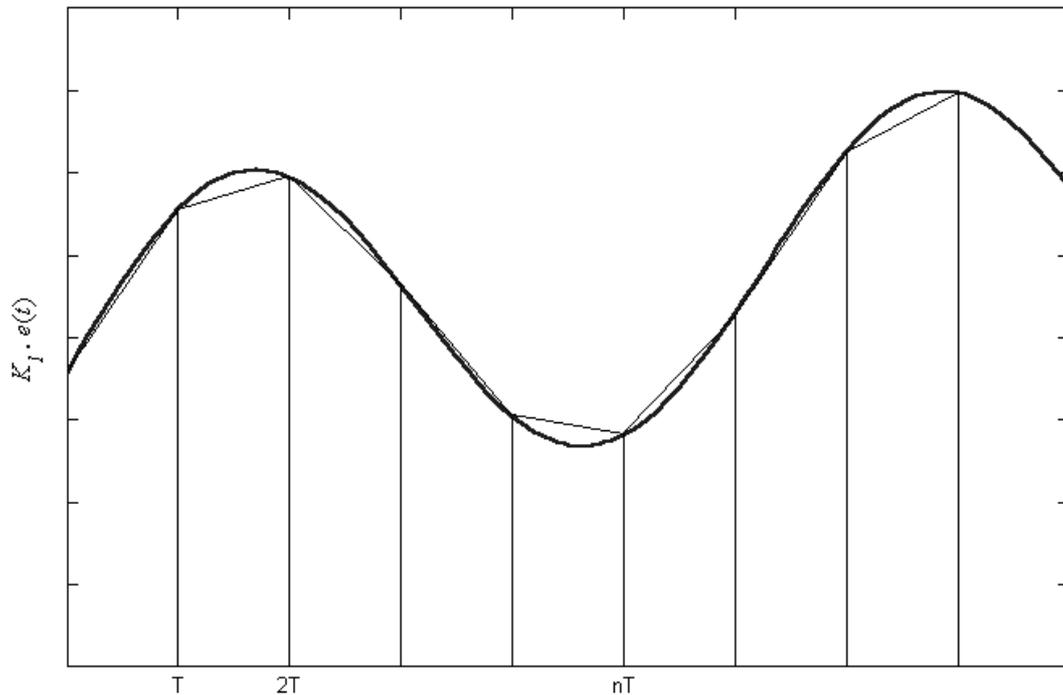


Figura 3.5. Aproximación de la integral por la "regla del trapecio"

Esta regla (ecuación 3.9) utiliza para el cálculo de la integral en el instante actual, el resultado de la integral en el paso previo ($u_{(n-1)T}$) y los valores actual (e_{nT}) y previo ($e_{(n-1)T}$) de la señal.

2-diferenciación

-“diferencia hacia atrás”: esta es la aproximación más difundida para aproximar la derivada de una señal. La misma esta dada por:

$$\left. \frac{de(t)}{dt} \right| \cong \frac{e(t) - e(t-T)}{T} \quad (3.10)$$

$$\left. \frac{de(t)}{dt} \right|_{t=nT} \cong \frac{e_{nT} - e_{(n-1)T}}{T} \quad (3.11)$$

La expresión (3.11) solo requiere, para aproximar el valor de la derivada de una señal en un dado instante de tiempo (nT), el conocimiento del valor de la señal en dicho instante (e_{nT}) y en el instante de muestreo previo ($e_{(n-1)T}$) (figura 3.6).

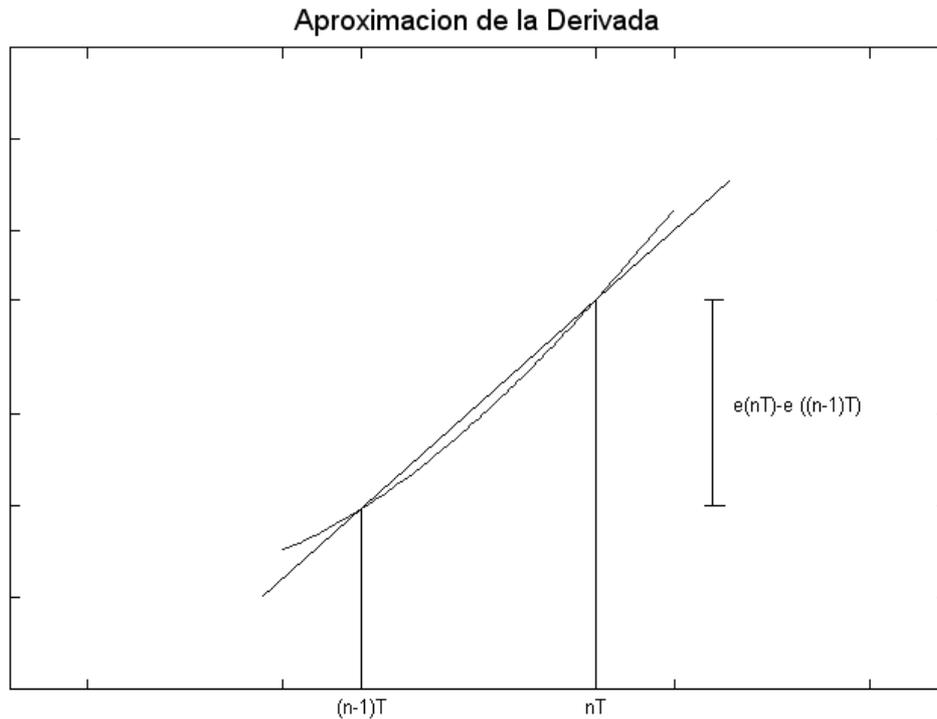


Figura 3.6. Aproximación de la derivada.

Las aproximaciones citadas son las más empleadas para discretizar la ecuación integro-diferencial del controlador PID (otras, pueden ser encontradas en la referencia [10'] [28]).

Puede demostrarse [3] [28], que la discretización de un sistema analógico mediante alguna de las reglas previamente discutidas equivale a realizar alguna de las siguientes aproximaciones en el dominio de la frecuencia compleja s:

$$s \cong e^{sT} - 1 \quad \text{regla de Euler} \quad (3.12)$$

$$s \cong \frac{e^{sT} - 1}{Te^{sT}} \quad \text{diferencia hacia atrás} \quad (3.13)$$

$$s \cong \frac{2e^{sT} - 1}{T(e^{sT} + 1)} \quad \text{regla de Tustin} \quad (3.14)$$

A partir de las expresiones anteriores puede obtenerse la función de transferencia aproximada del sistema a discretizar y a partir de ésta la ecuación de diferencias del sistema digital.

Obviamente, todas las aproximaciones son válidas y presentan un comportamiento similar en la medida que el período de muestreo es chico frente a la dinámica del proceso a controlar; condición que suele verificarse en procesos industriales. En la referencia [10'] se realiza un análisis comparativo de diferentes aproximaciones cuando la citada condición no se cumple.

La aproximación de Euler presenta como inconveniente, frente a las otras, que puede dar origen a un sistema digital inestable a partir de la discretización de un sistema analógico estable.

Al emplear las aproximaciones previamente discutidas surge un inconveniente, el de distorsión de la escala de frecuencia. Por ejemplo, si se desea discretizar un filtro analógico pasa banda, el filtro digital que se obtiene a partir de alguna de las aproximaciones previas no tendrá los valores correctos de frecuencias características. Considérese, por ejemplo, la aproximación de Tustin para discretizar un sistema de función de transferencia $G(s)$, la función de transferencia del sistema aproximado se obtiene reemplazando la variable s de $G(s)$ de acuerdo a la expresión (3.14).

La respuesta en frecuencia del sistema aproximado está dada por:

$$G\left(\frac{2}{T} \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1}\right) = G\left(j \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega T}{2}\right)\right) \quad (3.15)$$

Luego si el sistema analógico $G(s)$ presentaba comportamiento particular a una pulsación característica ω_1 el sistema aproximado presenta un comportamiento similar a una pulsación ω_1' , la cual verifica:

$$\omega_1' = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega_1 T}{2}\right) \quad (3.16)$$

Es importante notar que si el rango de frecuencias de interés verifica que $\omega T \ll 1$, prácticamente no se presenta este problema. Por otra parte, si se desea eliminar este efecto de distorsión de escala a una determinada frecuencia ω_1 , se puede emplear la siguiente transformación:

$$s' \cong \frac{\omega_1}{\tan(\omega_1 T / 2)} \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} \quad (3.17)$$

3.3 Algoritmo PID digital

La ecuación integro-diferencial del controlador PID (ecuación 1.4) se ha repetido a continuación por comodidad:

$$u(t) = K_p \left\{ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right\} \quad (1.4)$$

Si para su discretización se utiliza la expresión (3.4) para la acción integral y la (3.11) para la acción derivativa, se obtiene:

$$u_{nT} = u_{(n-1)T} + k_1 e_{nT} + k_2 e_{(n-1)T} + k_3 e_{(n-2)T} \quad (3.18)$$

con

$$\begin{aligned}
k_1 &= K\left(1 + \frac{T_d}{T}\right) \\
k_2 &= -K\left(1 + \frac{2T_d}{T} - \frac{T}{T_i}\right) \\
k_3 &= K\frac{T_d}{T}
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Si, para discretizar la ecuación del PID, en lugar de la ecuación (3.4) se emplea para la acción integral la ecuación (3.9) resulta:

$$u_{nT} = u_{(n-1)T} + k_1^* e_{nT} + k_2^* e_{(n-1)T} + k_3^* e_{(n-2)T} \tag{3.20}$$

con:

$$\begin{aligned}
k_1^* &= K\left(1 + \frac{T_d}{T}\right) \\
k_2^* &= -K\left(1 + \frac{2T_d}{T} - \frac{T}{T_i}\right) \\
k_3^* &= K\frac{T_d}{T}
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Los métodos de sintonía del controlador PID discutidos en secciones previas, continúan siendo válidos para la versión discreta del controlador en la medida que el período de muestreo sea pequeño frente a la dinámica del sistema.

3.4 Efecto desestabilizador del período de muestreo

Los controladores digitales tienen un parámetro adicional con respecto a los analógicos que es el periodo de muestreo. Este debe ser elegido cuidadosamente a los fines de no deteriorar la performance del control. El límite superior del valor del período de muestreo está básicamente acotado por dos razones una, la más obvia, es la pérdida de información de la señal muestreada en la medida que T se incrementa, la segunda está asociada con la influencia que el período de muestreo tiene sobre la estabilidad de lazo cerrado del sistema muestreado.

Ejemplo:

Supóngase el sistema de función de transferencia:

$$G(s) = \frac{100}{(s+1)(s+2)(s+10)}$$

En la figura 3-7 se indica la respuesta al escalón del sistema de lazo cerrado compensado en forma analógica con un controlador PID, siendo $K=1,875$, $T_i=1,2$, $T_d=0,3$ (curva a). En forma superpuesta se indican las respuestas que se obtienen si el controlador analógico es discretizado según la ecuación (3.18), para dos períodos de muestreo diferentes, $T=0,05$ (curva b) y $T=0,1$ (curva c). En las diferentes curvas se pone

de manifiesto la influencia del periodo de muestreo sobre la estabilidad relativa del sistema de lazo cerrado.

Este efecto, propio de los sistemas muestreados, puede comprenderse a partir de la figura 3.8. En la parte a) de la figura se muestra un esquema de control digital básico donde, por simplicidad, se ha supuesto que el controlador vale 1. En la parte b) se indica la señal error e_{nT} y la señal $u(t)$ que se obtiene al reconstruir la señal muestreada e_{nT} con un reconstructor de orden cero.

Evidentemente el contenido armónico de la señal $u(t)$ presenta componentes de alta frecuencia que se manifiestan en los cambios abruptos en los instantes de muestreo. Normalmente, G presenta un comportamiento pasabajos y en la señal de salida $y(t)$ no se manifestará apreciablemente este contenido armónico de alta frecuencia. En otras palabras, puede suponerse que la señal de salida se debe básicamente a las componentes de baja frecuencia de $u(t)$, estas componentes de baja frecuencia corresponden a una señal $u(t)$ que puede aproximarse como se indica en la figura.

De esta manera el proceso de muestreo y reconstrucción de la señal puede ser modelado por un retardo puro de medio período de muestreo entre la señal de error y la acción de control, lo cual explica el deterioro de la estabilidad a medida que se incrementa el período de muestreo T .

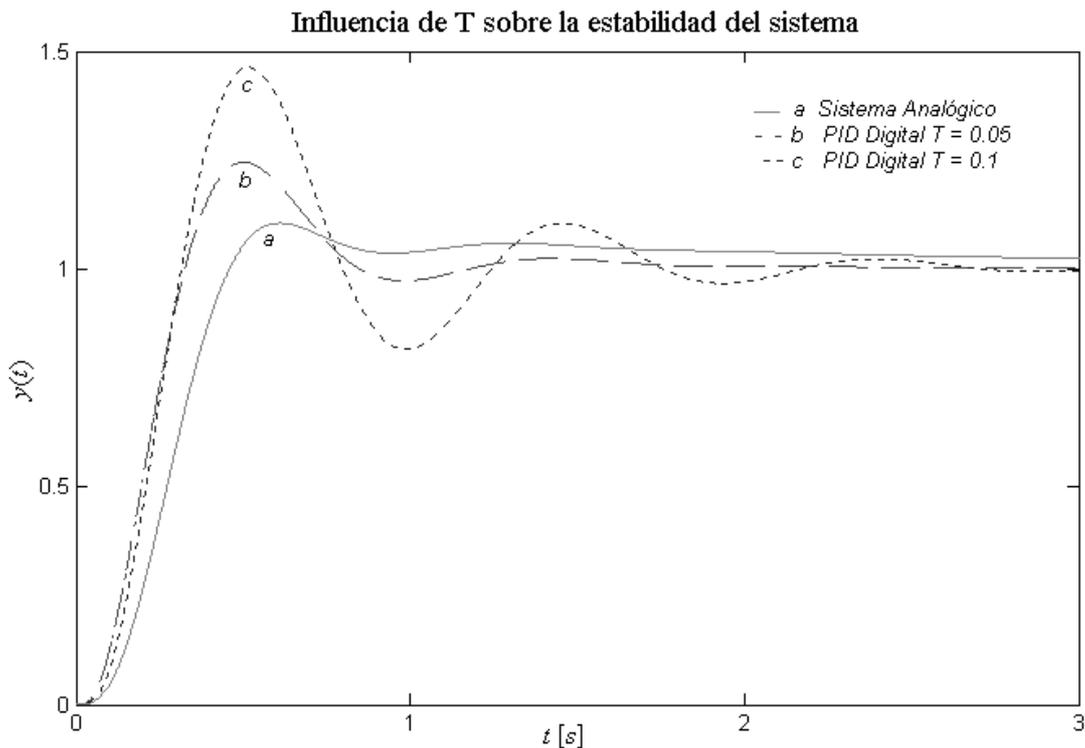
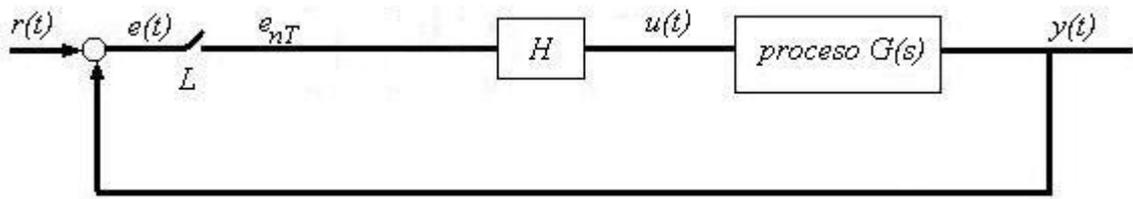


Figura 3.7. Influencia de T sobre la estabilidad del sistema: a) sistema analógico b) PID digital, $T = 0,05$ c) PID digital, $T = 0,1$



Señales e(t), u(t) y u'(t)

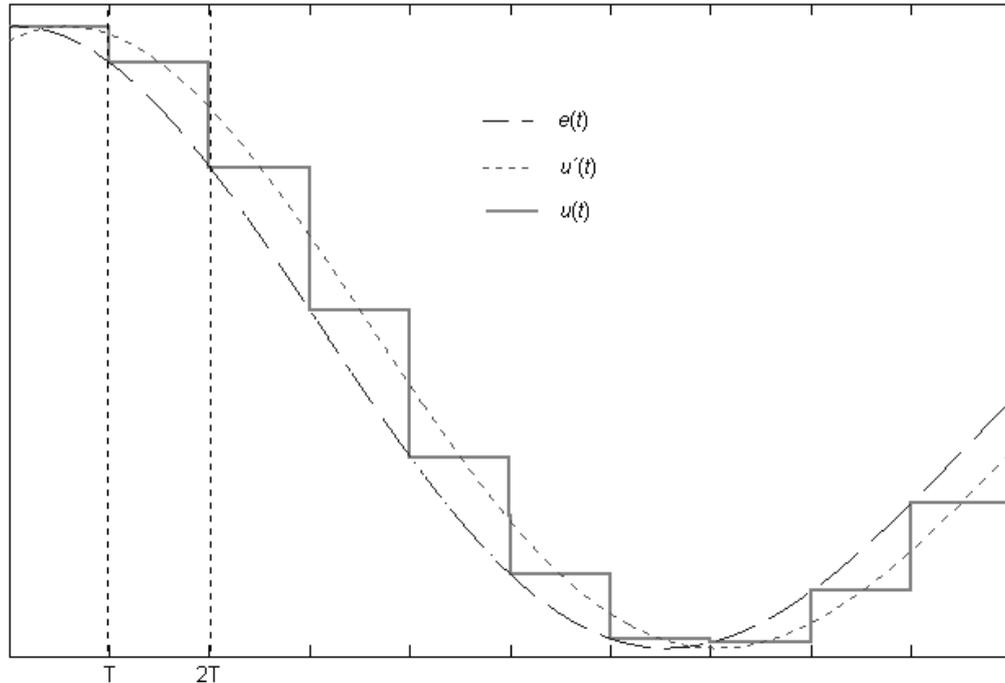


Figura 3-8. a) Esquema básico de control digital b) Señales e(t), u(t) y u'(t)

A los efectos de seleccionar el período de muestreo T de manera de no introducir un efecto desestabilizador apreciable puede seguirse el siguiente razonamiento. Como es conocido, la función de transferencia del conjunto muestreador y reconstructor de señal de orden cero es:

$$H(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{sT} \quad (3.22)$$

la cual para períodos de muestreo pequeños puede ser aproximada por:

$$H(s) = \frac{1 - 1 + sT - (sT)^2/2 + \dots}{sT} \cong 1 - \frac{sT}{2} \quad (3.23)$$

luego el aporte de fase que introduce el reconstructor a una determinada pulsación ω , suponiendo $\omega T \ll 1$, es:

$$\Phi = \arctg(-\omega T/2) \cong -\omega T/2 \quad (3.24)$$

A los efectos de que el reconstructor no introduzca una inestabilidad apreciable en el lazo puede imponerse que este desfase a la frecuencia del margen de fase (ω_{MF}) este en el orden de -5° a -15° . Esto conduce a que:

$$\omega_{MF}T = 0,17 \text{ a } 0,72 \quad (3.25)$$

Expresión a partir de la cual puede calcularse el periodo de muestreo.

3.4.1. Otros efectos a tener en cuenta para seleccionar T

Como se ha mencionado, es conveniente que T sea lo suficientemente pequeño para:

- que la aproximación empleada en la discretización sea correcta,
- que no se afecte la estabilidad del lazo,
- que no se pierda información de la señal muestreada.

Efectivamente, por el teorema de muestreo de Shanon la frecuencia de muestreo debe ser por lo menos, el doble que la máxima frecuencia de la señal muestreada.

Sin embargo, el período de muestreo no puede ser reducido todo lo que se quiera" ya que existen, entre otras, limitaciones debidas a la velocidad de cálculo del procesador digital y dificultades debidas al 'redondeo' en las operaciones. Estas dificultades numéricas se reducen principalmente a:

-la acción integral responde a la siguiente ecuación:

$$u_{nT} = u_{(n-1)T} + k_1 T e_{nT} \quad (3.26)$$

Esta acción actúa cuando e_{nT} es distinto de cero, pero debido a la cuantización, la señal de control que sale del convertidor digital-analógico D/A vale cero mientras que el error esté dentro de un intervalo $(-\varepsilon, \varepsilon)$, ésto hace que mientras

$$|e_{nT}| < \frac{T_i}{T} \varepsilon \quad (3.27)$$

no se produzca integración y haya una acumulación de errores. La reducción de T aumenta el factor que multiplica al nivel de cuantización ε , aumentando la zona muerta equivalente que presenta el algoritmo (ecuación (3.16)).

-El otro efecto se produce sobre la acción derivativa (normalmente sobre la salida):

$$\frac{T_d}{T} (e_{(n-1)T} - e_{nT}) \quad (3.28)$$

En este caso la señal $e(t)$ entra al controlador a través del convertidor A/D y por lo tanto sólo puede tomar valores discretos distanciados en lo que se llama nivel de cuantización. Esto hace que, para el controlador, la señal e_{nT} varia a saltos, los cuales quedan multiplicados por el factor (T_d/T) . Por lo tanto, T no puede hacerse tan pequeño como se quiera.

Otros factores a tener en cuenta en la selección del periodo de muestreo T son:

- espectro de las perturbaciones
- tipo de actuador empleado
- equipo de medida
- costo computacional.

En muchos casos prácticos el período de muestreo se selecciona en base al tiempo de crecimiento de la respuesta del proceso a un escalón, eligiéndose T entre la sexta y vigésima parte del tiempo de crecimiento.

3.5 Algoritmos anti reset-windup

Como se ha indicado en el capítulo 1, de no tomarse los recaudos necesarios, en la práctica puede aparecer el fenómeno de “reset windup”. Este aparece al arrancar el sistema, o en cualquier otra situación en la que aparece un error grande durante un tiempo prolongado. Sucede entonces que el integrador aumenta su salida para reducir el error aun cuando la señal de control este saturada. Esto hace que cuando el sistema se acerca al punto de referencia el término integral haya crecido demasiado y se sobrepase el valor deseado, ya que la única forma de reducir el valor del término integral es mediante un cambio de signo a su entrada (señal de error).

Hay diferentes tácticas para evitar este fenómeno denominadas “algoritmos anti reset windup (ARW)”, todas ellas de fácil implementación digital:

- limitar el término integral en un valor determinado
- cortar la acción integral durante la saturación

ejemplo: considérese el esquema de control indicado en la figura (3.9) con los siguientes valores para el controlador PI:,

$$k=0,4 \quad T_i=5 \quad T_d=0,5$$

en la figura (3.10) puede observarse la salida del sistema y la acción de control para los siguientes casos:

curva a: no existe restricción en la salida del controlador

curva b: la salida del controlador está limitada en $\pm 0,2$. El controlador no tiene acción antireset-windup.

curva c: la salida del controlador se encuentra limitada en $\pm 0,2$ y se emplea algoritmo antireset-windup consistente en mantener la acción integral en $\pm 0,2$ cuando la salida del controlador satura.

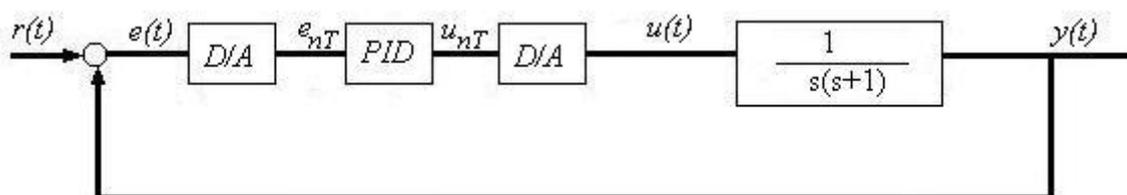


Figura 3.9

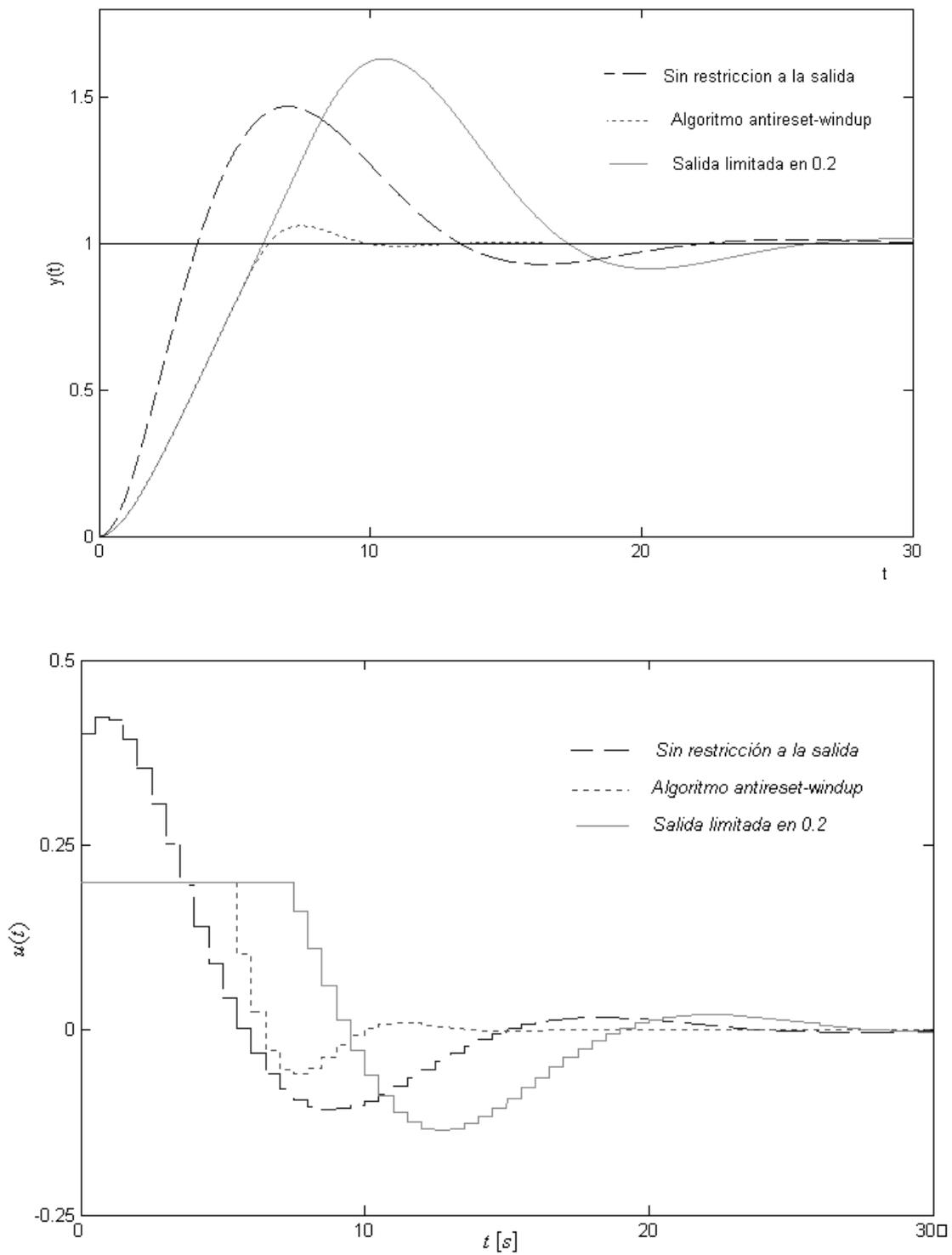


Figura 3.10

- restar al valor integrado una cantidad proporcional al exceso de actuación, por ejemplo:

$$u_{nT} = u_{(n-1)T} + k_1 T e_{nT} - |u_{nT} - u_{\max}|$$

Controladores PID adaptables

4.1 Introducción

En el lenguaje diario la acción de “adaptar” es interpretada como la de cambiar de comportamiento acorde a las circunstancias. Intuitivamente, un controlador adaptable es aquel capaz de modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del proceso a controlar o de las perturbaciones.

En los últimos años, el control adaptable ha encontrado un fuerte soporte teórico que unido al sorprendente desarrollo de los microprocesadores, ha permitido que las grandes empresas introduzcan, en gran escala, los controladores adaptables en el mercado.

Es conveniente a esta altura distinguir entre técnicas de control adaptables y autoajustables (“autotuner”). Según las primeras, la adaptación de los parámetros del controlador se realiza permanentemente (cada período de muestreo). A diferencia de éstas, las técnicas de control autoajustables realizan la sintonía del controlador sólo a requerimiento del usuario, quedando los parámetros del controlador constantes hasta que un nuevo ajuste es requerido. Generalmente, si la dinámica del proceso o de las perturbaciones no varían significativamente en el tiempo, las técnicas de autoajuste son preferidas sobre las adaptables.

Dentro de las técnicas adaptables, pueden citarse:

- a) Ganancia tabulada
- b) Modelo de referencia
- c) “self tuning”

a) Ganancia tabulada

Esta técnica de control adaptable fue una de las primeras en ser utilizadas y se basa en la tabulación de los parámetros del controlador para distintos puntos de trabajo o condiciones propias de operación. Su nombre se debe a que en los primeros trabajos reportados el controlador empleado presentaba sólo acción proporcional.

La figura 4.1 representa un esquema básico de control empleando la técnica de ganancia tabulada. El controlador determina, a través del censado de variables características del sistema, el juego conveniente de parámetros del controlador.

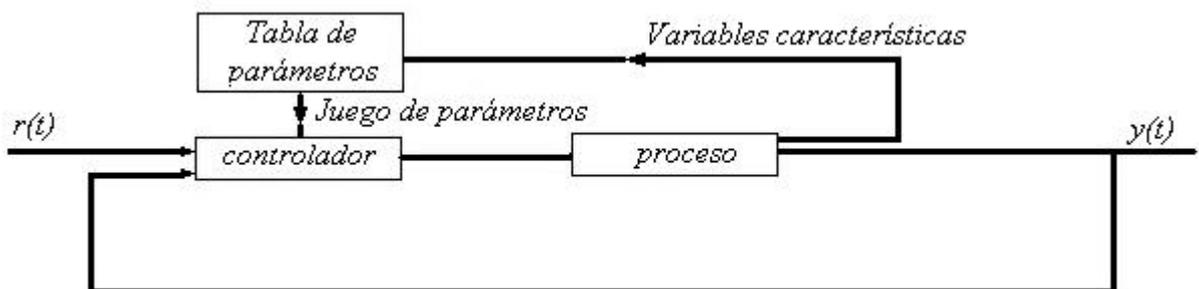


Figura 4.1. Esquema básico de control adaptable por “ganancia tabulada”

El método de ganancia tabulada es una compensación de lazo abierto. Efectivamente no existe ninguna realimentación que permita corregir los errores de tabulación o cambios, a lo largo del tiempo, de las características del sistema bajo control.

Un problema clave en el diseño del control consiste en la selección de las variables características sobre las cuales se toma la decisión de cambio del juego de parámetros del controlador. Esta selección debe estar basada sobre el conocimiento de la física del sistema.

Una vez que las variables han sido seleccionadas, los parámetros del regulador deben ser calculados para una serie de puntos de operación en base a una adecuada estrategia de control. El comportamiento dinámico y la estabilidad del sistema es generalmente evaluada por simulación, debido a la complejidad inherente a las no linealidades involucradas en los cambios de zonas de operación.

Este esquema de control presenta como ventaja la rapidez con que los parámetros pueden ser adaptados.

Sistemas con ganancia tabulada han sido y son muy empleados. Una de las aplicaciones más comunes está asociada al control de sistemas de vuelo, los cuales deben actuar en muy diferentes condiciones de altitud y velocidad.

b) Modelo de referencia

En la figura 4.2 se muestra un esquema básico de control adaptable por modelo de referencia. Según esta técnica las especificaciones de diseño son preestablecidas a través de un “modelo” que presenta las características requeridas de lazo cerrado. En base a un algoritmo recursivo del error “de modelo” (diferencia entre la salida del modelo y la del sistema de lazo cerrado) se ajustan los parámetros del controlador para que el comportamiento del sistema de lazo cerrado converja al del modelo. Es decir, que existen básicamente dos lazos de regulación, uno interno consistente en un clásico lazo de realimentación y otro externo encargado de anular el error “de modelo” a partir del ajuste de los parámetros del controlador del lazo interno.

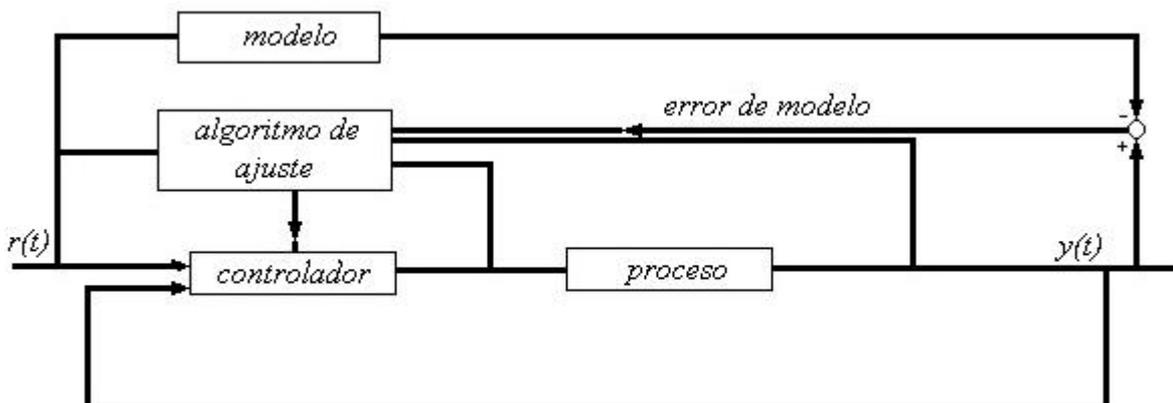


Figura 4.2. Esquema básico de control adaptable por modelo de referencia

Un problema clave y en absoluto trivial es la determinación del algoritmo de ajuste que asegure un sistema estable con errores tendiendo a cero. Una de las alternativas más comunes es la de, suponiendo que los parámetros del sistema varían en forma lenta, hacer la corrección de los parámetros proporcional al gradiente del error “de modelo” cuadrático.

c) Regulador “self tuning”

Un esquema de control adaptable empleando la técnica de “self tuning” es indicado en la figura 4.3. Un estimador de tiempo real procesa muestras de la entrada y salida del proceso bajo control. En base a este procesamiento realiza una identificación del mismo cada período de muestreo. A partir de la información suministrada por el estimador, los parámetros del controlador son rediseñados cada período de muestreo en base a una determinada estrategia de control.

A los fines de que la identificación sea la correcta, es necesario perturbar en forma permanente al proceso con una señal lo suficientemente rica en contenido armónico para que excite todos los modos del sistema.

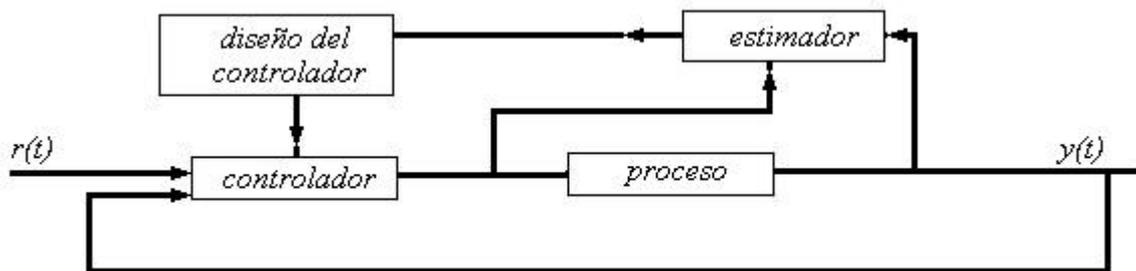


Figura 4.3. Esquema básico de control adaptable por “self tuning”

Entre las diferencias más marcadas que existieron en sus orígenes entre las estrategias de modelo de referencia y de self tuning puede decirse que para el primer caso los parámetros del controlador son determinados en forma directa a partir de un algoritmo de error, mientras que en el caso de self tuning, primero se determinan en forma explícita los parámetros del sistema y a partir de estos los del controlador. Posteriormente, se han definido algoritmos indirectos para la estrategia de modelo de referencia e implícitos para estrategias self tuning con lo cual esta diferencia se ha diluido.

Otra diferencia, en sus orígenes, fue la finalidad con que se generaron. La estrategia de modelo de referencia estaba dirigida a sistemas continuos en el tiempo, determinísticos y principalmente a servosistemas, mientras que la estrategia de self tuning estaba dirigida a sistemas de regulación con perturbación estocástica y basado en un análisis de tiempo discreto.

La diferencia fundamental entre las dos técnicas está basado en los métodos de diseño de lazo interno y en el mecanismo de ajuste de los parámetros.

4.2 Algunos controladores industriales adaptables

A continuación se citan algunos de los controladores adaptables o auto ajustables que han logrado introducirse en el mercado internacional.

Controlador autoajustable Satt-Control

Este controlador de la compañía sueca Satt-Control es básicamente un controlador digital PID (con opción a un esquema más amplio de control digital directo)

con capacidad de autoajuste. El diseño del controlador se realiza en base a una adaptación del método de Ziegler y Nichols.

Quizás, el aspecto más interesante de este controlador es su capacidad para determinar la ganancia y período crítico (K_c y T_c) sin riesgo alguno para el proceso bajo control. Estos parámetros son obtenidos a partir de una medida del sistema a lazo cerrado bajo la acción de control de un relé de 'altura' variable. Efectivamente, como se demuestra en el apéndice B, bajo estas condiciones es posible obtener una oscilación de amplitud controlada a la salida del proceso. En base a la amplitud y período de esta oscilación resulta:

$$K_c = \frac{4M}{\pi A} \quad (4.1)$$

$$P_c = T_{osc} = \frac{2\pi}{\omega_{osc}} \quad (4.2)$$

Siendo A la amplitud de la oscilación, M la altura del relé y T_{osc} el período de oscilación. En base a esta información el diseño del controlador se reduce a:

$$\begin{aligned} K_p &= K_c / 2 \\ T_i &= T_c / 2 \\ T_d &= T_c / 8 \end{aligned} \quad (4.3)$$

La mayor ventaja de este controlador es que no requiere de parámetros iniciales, sólo es requerido que durante la determinación de K_c y P_c el proceso se encuentre en la región de operación, condición que puede ser conseguida simplemente a través de control manual. Una vez determinados estos parámetros y calculados los valores del controlador, el regulador pasa a modo automático.

EXACT. Regulador adaptable de Foxboro.

Este regulador esta basado en el análisis de la respuesta transitoria del sistema a lazo cerrado, tanto a perturbaciones como a cambios en el set point. Una vez detectada una perturbación, una lógica heurística es empleada para medir los picos e_1 , e_2 , e_3 , y el período T_p de la señal de error resultante (figura 4.4 y 4.5)

Señal de error ante una perturbación

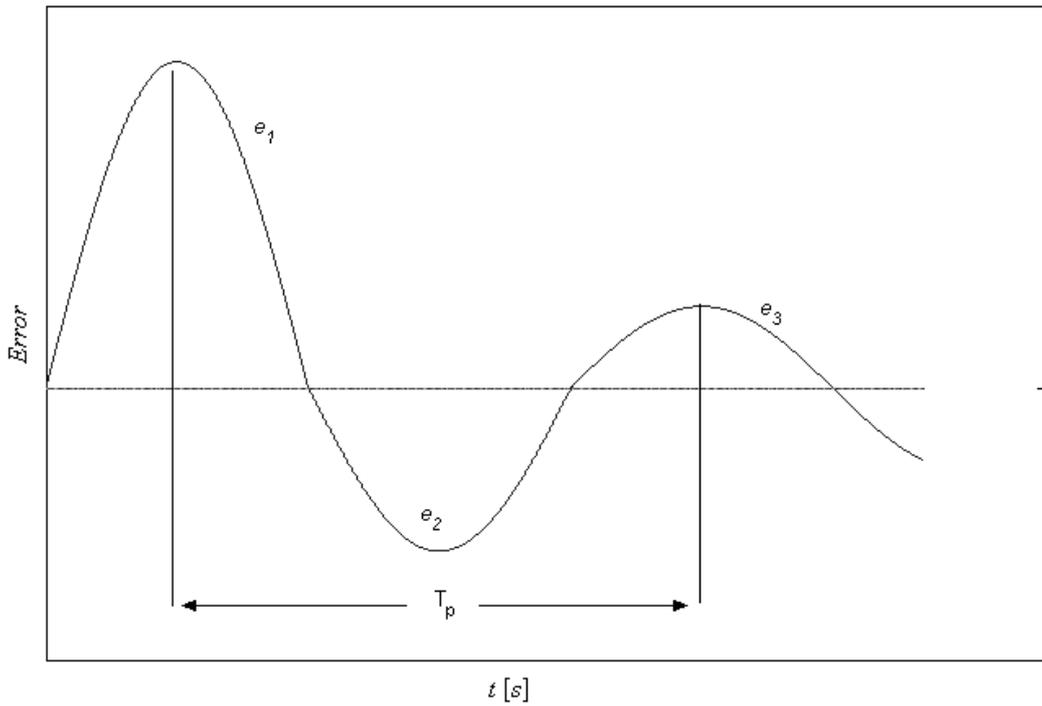


Figura 4.4. Señal error ante una perturbación

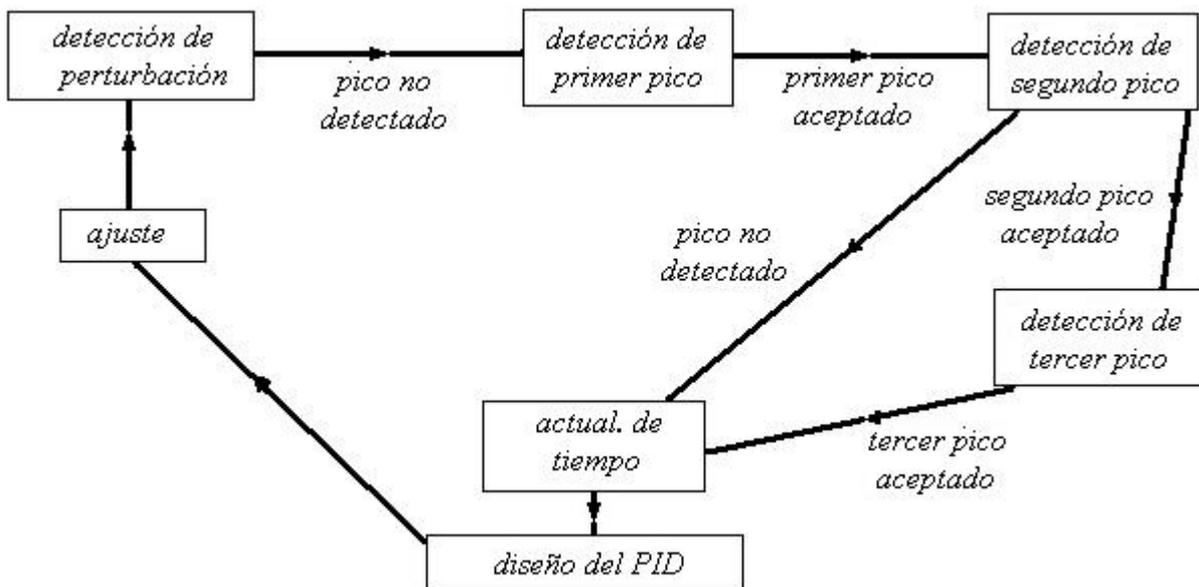


Figura 4.5. Lógica heurística empleada por el sistema EXACT

El diseño del controlador esta basado sobre especificaciones de amortiguamiento, sobrepaso y las relaciones T_i/T_p y T_d/T_p .

La amortiguación es definida por:

$$d = \frac{e_3 - e_2}{e_1 - e_2} \quad (4.4)$$

Y sobrepaso por:

$$z = -\frac{e_2}{e_1} \quad (4.5)$$

En casos típicos se requiere que tanto d como z sean menores que 0,3. Las relaciones T_i/T_p y T_d/T_p , según Ziegler y Nichols, serían:

$$\frac{T_i}{T_p} = 0,5$$

$$\frac{T_d}{T_p} = 0,12 \quad (4-6)$$

Estas relaciones se basan en estudios empíricos. Para procesos con tiempos muertos dominantes estas relaciones son disminuidas, mientras que en procesos con un polo dominante son aumentadas. Como información previa, la técnica de sintonía requiere valores iniciales para el regulador y el conocimiento de la 'escala de tiempos' del proceso. Este último requerimiento es a los efectos de determinar el máximo tiempo durante el cual la lógica heurística espera el segundo sobrepaso. También es requerida alguna medida del nivel de ruido para determinar las tolerancias de la lógica heurística. Son parámetros adicionales optativos: el amortiguamiento, el sobrepaso y la máxima constante derivativa.

El regulador posee un modo de operación denominado 'pre-tune' el cual puede ser empleado si no se dispone información previa. En este modo de operación el proceso es sometido a una perturbación en escalón cuya amplitud es establecida por el operador. A partir de esta excitación son determinados los valores iniciales para el controlador, la escala de tiempos y el nivel de ruido. Este modo de operación sólo puede ser invocado una vez que el sistema se encuentra en estado estacionario.

Electromax V. Regulador adaptable Leeds y Northrup.

Este regulador es un controlador monolazo basado en una estructura PID. La adaptación esta basada en una técnica self tuning por asignación de polos, bajo la suposición que el sistema es de segundo orden.

El regulador puede trabajar en tres modos de operación: fijo, autosintonía y autoadaptable. En el primer modo el regulador funciona como un PID convencional. En el modo de autosintonía una perturbación es introducida, un modelo del proceso es estimado y los parámetros del PID son calculados en base a esta estimación. Si el operador da su consentimiento, los parámetros del controlador son adaptados. En el modo autoadaptable los parámetros son ajustados permanentemente.

En el modo de auto sintonía la estimación de lazo cerrado es realizada a partir de cambios automáticos en el set point los cuales son periódicos para asegurar la calidad de la estimación. Los parámetros estimados son mostrados al operador que tiene la opción de rechazarlos si no los considera adecuados. La operación es abortada si el operador rechaza por quinta vez los parámetros estimados.

En el modo auto adaptable la estimación del modelo de segundo orden es realizada por el método de 'variable instrumental'. La operación es abortada si se superan límites preestablecidos.

Como la estimación es realizada en lazo cerrado, es necesario disponer de valores iniciales para el controlador. También es requerido el tiempo de crecimiento del proceso a los fines de poder definir la perturbación necesaria para la estimación.

Apéndice A

Si se diseña el PID para verificar un margen de fase de aproximadamente 30° a la pulsación crítica ω_c , resulta [1]:

$$\begin{aligned} K_p &= 0,87K_c \\ T_i &= 0,55P_c \\ T_d &= 0,14P_c \end{aligned} \tag{A.1}$$

Vinculando estos coeficientes con los correspondientes de Ziegler y Nichols ($K_p = 0,6K_c$, $T_d = 0,125P_c$, $T_i = 0,5P_c$), se observa que la única diferencia sustancial resulta ser que en el método de Ziegler y Nichols la ganancia K_p resulta ser 0,69 veces más chica.

Si se diseña, entonces, el controlador PID para verificar un margen de fase de 30° a la frecuencia crítica, resulta que la pulsación natural ω_n de los polos dominantes de lazo cerrado tiene un valor cercano al de ω_c , ya que el margen de fase es pequeño. Sin embargo si el diseño es realizado por medio del método de Ziegler y Nichols, la ganancia de lazo es reducida en un factor 0,69 y por consiguiente la pulsación natural de los polos del modelo de lazo cerrado será menos a ω_c .

En un sistema de fase mínima, la ganancia y fase de su función de transferencia se encuentran relacionadas por el primer teorema de Bode:[9]

$$\Phi(\omega_d) = \frac{\pi}{2} \left. \frac{dA}{du} \right|_{u=0} + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \left. \frac{dA}{du} \right| - \left. \frac{dA}{du} \right|_{u=0} \right\} \ln \cotgh \left| \frac{u}{2} \right| du \tag{A.2}$$

Donde $\Phi(\omega_d)$ es el corrimiento de fase a la pulsación particular ω_d , A es la ganancia en Nepers y u es igual a $\ln(\omega/\omega_d)$.

Si la pendiente dA/du es constante sobre un rango de frecuencias en las proximidades de ω_d , la fase puede ser aproximada por el primer término de la ecuación (A.2)[9].

$$\Phi(\omega_d) = \frac{\pi}{2} \left. \frac{dA}{du} \right|_{u=0} \tag{A.3}$$

Si se supone que el diseño del controlador se basa en la única información disponible consistente en el conocimiento de un solo punto de la curva de Nyquist (ω_c , K_c), la ecuación A.3 puede ser empleada en primera aproximación para calcular la pendiente de la curva de ganancia a la pulsación crítica ω_c . Esta aproximación implica que en la región donde el margen de fase es de 30° la ganancia varía 10db/dec.

Si se considera ahora, que el diseño es realizado por Ziegler y Nichos [34], debe considerarse que la ganancia K_p es reducida en un factor 0,69 y por consiguiente la pulsación en la cual la curva ganancia a lazo abierto se intercepta con el eje de 0db es menor que ω_c . Una estimación de este punto de corte ω_c' puede realizarse suponiendo

que la curva de amplitud del diagrama de Bode no cambia de pendiente inmediatamente por debajo de la pulsación ω_c . A partir de la figura A.1, puede plantearse por semejanza de triángulos la siguiente ecuación:

$$\frac{10db}{\log \omega_c - \log(0,5\omega_c)} = \frac{6,777db}{\log(x\omega_c) - \log(0,5\omega_c)} \quad (A.4)$$

Donde x es el factor por el cual hay que multiplicar la pulsación ω_c para obtener ω_c' . Operando resulta:

$$x = 0,8 \quad (A.5)$$

Por consiguiente, si se diseña por Ziegler y Nichols, puede considerarse en primer aproximación que el sistema presenta a lazo cerrado un par de polos complejos con una pulsación natural ω_n' próxima a $0,8\omega_c$.

$$\omega_n' \cong \omega_c' \cong 0,8\omega_c \quad (A.6)$$

Apéndice B

Método de Amstron y Hagglund para la determinación de los valores críticos K_c y ω_c .

Como se ha mencionado en secciones anteriores, tanto el método de Ziegler y Nichols como los de margen de fase presentan una importante limitación de orden práctico, cuando no se conoce la estructura del sistema a controlar, ya que en estas condiciones, para la determinación de la ganancia crítica K_c y de la pulsación de oscilación $\omega_c = 2P_i/P_c$, es necesario someter al proceso a ensayos que muchas veces pueden ser excesivamente exigentes.

El proceder clásico consiste en llevar al sistema al borde de la oscilación con el empleo de un compensador proporcional en cascada, y en esas condiciones determinar por medición la ganancia y pulsación críticas. Sin lugar a dudas, un proceder severo para la mayoría de los procesos.

Astrom y Hagglund [1][4][5][6] han propuesto un método para la determinación de K_c y ω_c en condiciones mucho menos exigentes para el proceso que las citadas. Este método se basa en que cualquier sistema que presente un desfase mayor que 180° , puede oscilar con amplitud controlada cuando es compensado con alguna no linealidad.

Efectivamente supongamos que el proceso a controlar presenta características integradoras y que es conectado como se indica en la figura B.1 con un bloque no lineal en cascada. Verifiquemos la posible existencia de una autooscilación.

La señal del control u , puede expresarse como suma de dos términos:

$$u = K(e)e + d(e) \tag{B.1}$$

Donde $K(e)$ representa una ganancia cuasilineal y $d(e)$ un término de distorsión. Si el proceso es suficientemente integrador, como se ha supuesto, el efecto del término de distorsión sobre la salida será despreciable.

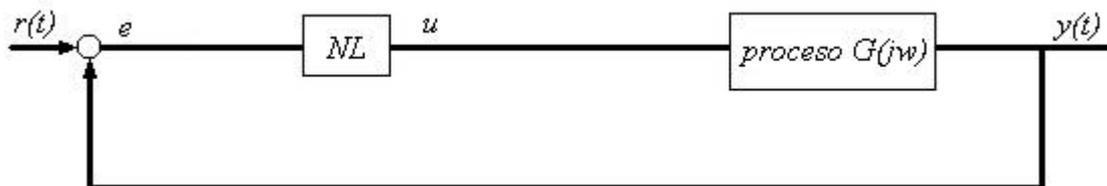


Figura B.1

El factor $K(e)$, función de la amplitud del error, es conocido como función descriptiva [26] y puede ser calculado empleando los conceptos de la serie de Fourier.

Así ante una excitación $e = A \sin(\omega t)$, la señal u puede expresarse como:

$$u = h_1 \cdot \sin(\omega t) + h_2 \cdot \cos(\omega t) + \dots \tag{B.2}$$

donde:

$$h_1 = \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \sin \omega t \, d\omega t \tag{B.3}$$

$$h_2 = \int_0^{2\pi} f(A \sin(\omega t)) \cos(\omega t) \, d\omega t \tag{B.4}$$

siendo A la amplitud de la supuesta oscilación.

Definiendo:

$$g(A) = h_1 / A \quad (\text{B.5})$$

$$b(A) = h_2 / A \quad (\text{B.6})$$

la función descriptiva queda expresada a través de:

$$K(e) = g(A) + jb(A) \quad (\text{B.7})$$

Para que existan autooscilaciones en un sistema como el de la figura B.1, se debe cumplir que:

$$G(j\omega) = -1 / K(e) \quad (\text{B.8})$$

Analicemos un caso más particular. Supongamos que el controlador no lineal es un bang-bang o controlador de máximo esfuerzo. Su función descriptiva resulta:

$$K(e) = g(A) = 4M / \pi A \quad (\text{B.9})$$

donde M es la amplitud del controlador (figura B.2).

La verificación de la existencia de auto oscilaciones (ecuación B.8) puede hacerse en forma gráfica, dibujando el diagrama polar de $G(j\omega)$ en el plano (Re, Im) y superpuesto a él el diagrama de $-1/K(e)$. En la figura B-3 se ha graficado el factor $-1/K(e)$ para un controlador bang-bang y la curva polar de un posible proceso $G(j\omega)$. Como puede verificarse si el sistema presenta una rotación de fase superior a -180° siempre existe una oscilación que corresponde al punto de intersección de las dos curvas. El punto de intersección tiene información de la pulsación de la oscilación (ω_{osc}) a través de la curva de $G(j\omega)$ y de su amplitud (A), (para el caso del bang-bang) a través de las ecuaciones B.8 y B.9

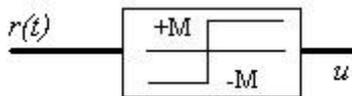


Figura B.2. Controlador bang-bang

Determinación gráfica de A y ω_{osc}

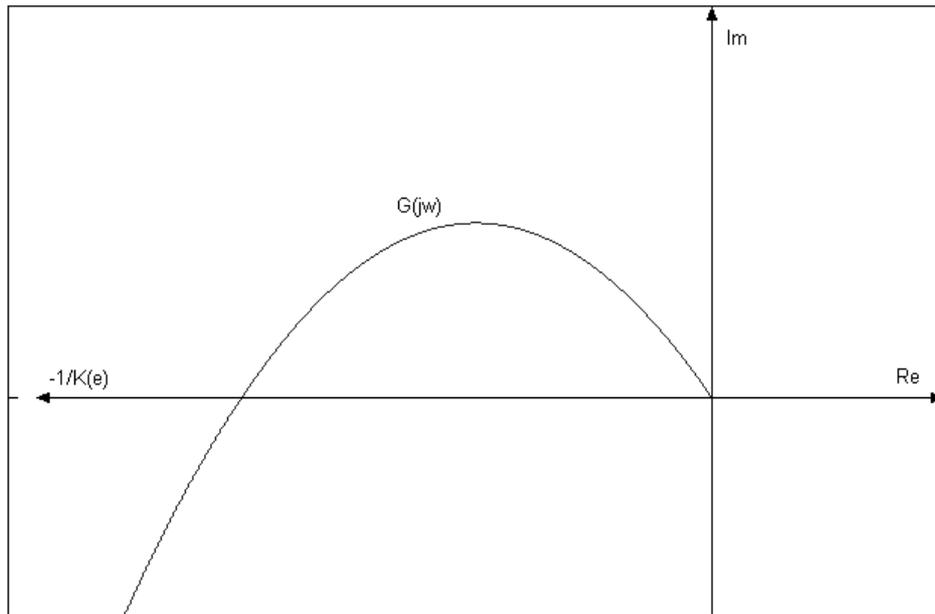


Figura B.3. Determinación gráfica de A y ω_{osc}

Es importante destacar que tanto la frecuencia de oscilación ω_o como la función descriptiva que lleva al sistema a la condición de oscilación corresponden a la pulsación y ganancia crítica necesarias para el cálculo de los controladores PID por el método de Ziegler y Nichols o por el método de margen de fase.

Si la no linealidad empleada es un bang-bang la amplitud de oscilación resulta:

$$A = 4M / \pi K(e) \quad (B.10)$$

Es decir que puede ser controlada con la altura M del bang-bang, y por consiguiente puede realizarse una medida de K_c y ω_c en condiciones que no son en absoluto severas para el proceso a controlar.

Para evitar problemas de ruido Astrom y Hagglund proponen emplear como no linealidad un bang-bang con histéresis o con zona muerta.

Bibliografía

- [1] K. J. Astrom, "Ziegler-Nichos Auto Tuners", Rep: LUTFD2 / (TFRT-3167) / 01-125. Department of Automatic Control, Lund Inst. of Technology, Mayo de 1982.
- [2] K. J. Astrom. "Theory and applications of adaptive control. A survey". Automática. Vol. 19.no 5. pp.471-486. 1983
- [3] K. J. Astrom, "Computer Controlled Systems", Prentice-Hall 1984.
- [4] K. J. Astrom, T. Hagglund, " Automatic Tuning of Simple Regulators". Proc. IFAC 9th. World Congr. Budapest. 1984
- [5] K. J. Astrom, T. Hagglund, "A frequency domain approach too analysis and design of simple feedback loop". Proc. 23rd IEEE Conf. on Decision and Control. Las Vegas. pp. 299-304. 1984.
- [6] K. J. Astrom, T. Hagglund, "Autoomatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase an Amplitud Mergine" Automatica, vol 20 N 5, pp. 645-651, 1984
- [6] K. J. Astrom, T. Hagglund, "Aautoomatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitud Margine" Automatica, vol 20 N 5, pp. 645-651, 1984.
- [7] K. J. Astrom, "Adaptive Feedback Control", Proceedings of IEEE, vol. 75, NO 2, pag. 185-216, Febrero de 1987.
- [8] E. H. Bristol, " Pattern recognition: an alternative to parameter Identification in adaptive control". Automatica. Vol 13, pp. 197-202. 1977.
- [9] H. Chestnut, R. Mayer, "Servomechanisms and regulating system design", vol. 1, John Wiley, 1959.
- [10] E. Eitelberg, "A regulating and tracking PID controller", Int. J. Control, vol. 45, NO. 1, 1987.
- [10']G. F. Franklin & D. Powell, "Digital Control of dinamic systems" Addison Wesley, 1980.
- [11] P. J. Gawthrop, "Self tuning PI and PID controllers", IEEE Conference on Aplications of Adaptive and Multivariable Control, Hull, Inglaterra, 1982.
- [12] P. J. Gawthrop, "Self tuning PID controllers: Algorithms and Implementation", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC. 31, NO, Marzo de 1986.
- [13] J. P. Gerry, "A comparison of PID Control Algorithms", Control Engineering, pag. 102-105, Mayo de 1987.
- [14] T. Hagglund, "A PID tuner based on phase margin specification", Rep: LUTDF2/(TFRT-7224)/1-020, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology. Septiembre de 1981

- [15] T. Hagglund, K. J. Astrom, "A new method for design of PID regulators". Rep: LUTFD2/(TFRT-7273)1-032/(1984). Department of Automatic Control. Lund Institute of Technology.
- [16] T. Hagglund, K. J. Astrom, "Automatic tuning of PID controllers based on dominant pole design" IFAC Workshop on Adaptive Control of Chemical Processes". Frankfurt. 1985.
- [17] P. Harriot. "Process control". Mc Graw-Hill. 1964.
- [18] W. M. Hawk, "A self-tuning, self contained PID controller". Proc. American Control Conf. 1983. pp. 838-843.
- [19] C. D. Johnson. "Process Control Instrumentation Technology". J Wiley & Sons. 1982.
- [20] L. Kevinzky. "How to design and implement an industrial adaptive PID regulator". Proc. II Congreso Latinoamericano de Control" AADECA. IFAC. Buenos Aires.
- [21] R. J. Mantz, E. Tacconi. "Controlador PID autoajustable". Proc. JIEE. Vol. 10. pp. 67-74.
- [22] R. J. Mantz, E. Tacconi. "Complementary rules to Ziegler's and Nichols' rules for a regulating and tracking controller". Int. J. Control, vol 49, no 5, pp. 1465-1471. 1989.
- [23] R. J. Mantz, E. Tacconi. "A regulating and tracking PID controller". Ind. and Engineering Chemistry Research 29 (7), 1990, pp. 1249-1254.
- [24] H. Morris. "How adaptive are adaptive Process controllers?". Control Engineering. Marzo de 1987. pp. 96-100.
- [25] Y. Nishikawa, N. Sannomiya, O. Ohta, H. Tanaka. "A method for autotuning of PID control parameters". Automatica 20, pp. 321-332, 1984.
- [26] K. Ogata, "Ingenieria de Control Moderna", Prentice Hall 1972.