Laboratorio N°2

Estabilidad, Error de Estado Estacionario y Métodos básicos para su compensación

Cátedra de Control y Servomecanismos

Índice

Introducción

En este laboratorio se estudiará el error de estado estacionario en bloques de transferencia en donde cada uno de ellos es una implementación hecha a base de operacionales dispuestos en un gran tablero de conexiones implementado por "Elettronica Veneta".

Objetivos propuestos

Los objetivos propuestos son:

1. Visualización y medición en un osciloscopio del Error de estado estacionario (en adelante: Eee) para distintas plantas sugeridas.
2. Observación de los efectos del aumento de la ganancia sobre los valores de Eee
3. Observación de los cambios en el Eee con la aparición de realimentación no unitaria (error de seguimiento).-
4. Observación de los efectos de la incorporación de polos en el orígen sobre el Eee.-
5. Observación de los cambios en el Eee con la aparición de polos nulos en el lazo de realimentación.-
6. Implementación del modelo en un software simulador.-

Descripción del equipo

El equipo consta de los elementos necesarios tanto para la medición y control y ya nos hemos explayado ampliamente sobre él en la descripción del Laboratorio N°1 (Análisis de Sistemas con Bloques de Transferencia Electrónicos) y en sus anexos.

Control

Las transferencias propuestas para implementar en la placa son:

Planta N° 1:

Respuesta al escalón de un sistema de tipo cero.

$$G(s)=\frac{K.100.140}{(s+100)(s+140)}$$

Planta N° 2:

Error de estado estacionario al escalón de un sistema de tipo uno.

$$G(s)=\frac{1}{s.(0,01.s+1)}$$

Planta N° 3:

Sistema tipo uno con un retardo.

$$G(s)=\frac{1.e^{-st}}{s.(0,01.s+1)}$$

Desarrollo :

1. Implementar la planta sugerida en la placa de simulaciones.-
2. Obtener la respuesta al escalón considerando un valor constante de la realimentación y comparar con los resultados con una realimentación unitaria.-
3. Obtener la respuesta al escalón agregando un polo nulo en el lazo directo y comparar las distintas salidas obtenidas.-
4. Obtener la respuesta al escalón agregando un polo nulo en el lazo de realimentación y comparar las distintas salidas obtenidas.-

Conclusiones:

Al finalizar el laboratorio se habrán visto distintas plantas típicas (que son algunas de las que permite la placa de simulaciones), sus errores de estado estacionario y como se puede mejorar ese error con el aumento de la ganancia o la inserción de polos en el origen.

Asimismo se ayuda al alumno a descubrir que esas mismas acciones (aumento de la ganancia e inserción de polos nulos) en el lazo de realimentación hacen un efecto exactamente contrario, empeorando significativamente el Eee.

Apéndice 1: Algo sobre el Eee

Haremos un pequeño resumen sobre los puntos más destacados del Eee.

El error en estado estacionario es un concepto asociado a un sistema de control realimentado. Se define como el error (respecto a la señal de referencia) que se observa en el estacionario de la salida del sistema cuando una de las señales (la propia referencia o la señal de carga) cambia de alguna forma (en escalón, en rampa, en aceleración).

En otras palabras el error e(t) de un sistema lo definimos como la referencia menos la salida del sistema. Como bien sabemos e(t) es una función temporal que tendrá un transitorio, y luego llegará a un valor constante y es justamente a ese valor al cual se lo denomina error de estado estacionario.

Tipo de Sistema:

Es una clasificación útil que se realiza en control por sus respuestas según la entrada de referencia polinomiales.

Llamemos F(s) a la función de transferencia desde la entrada al error y R(s) a la excitación:

E(s) = F(s) . R(s)

Supongamos que el sistema sea estable (que F(s) tenga polos en el semiplano izquierdo de s), y r(t) es un polinomio.

Por el teorema del valor final, tenemos que el error de estado estacionario vale:

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} s.R(s).F(s)$$

Este límite puede valer cero, ser finito o infinito. La habilidad del sistema de control para seguir funciones polinomiales está dada por el grado más alto, k, del polinomio para el cual el error es finito, pero distinto de cero. Entonces a dicho sistema lo denominaremos de “sistema de tipo k”.

Por ejemplo, un sistema de tipo 0 tiene un error de estado estacionario finito, no cero, a una entrada polinomial de grado 0 (o sea a un escalón). Un sistema de tipo 1 tendrá un error de estado estacionario finito distinto de cero para una rampa de entrada.

Analicemos cuando vale el error de estado estacionario para un escalón y una rampa a la entrada:

Escalón: $R(s) = \frac{1}{s}$ $\qquad e_{ss} = \lim_{s \to 0} F(s) = F(0)$

Rampa: $R(s) = \frac{1}{s^2}$ $\qquad e_{ss} = \lim_{s \to 0} \frac{F(s)}{s} = \left.\frac{dF}{ds}\right|_{s=0}$ utilizando L’Hospital

El tipo de sistema se fija entonces en el comportamiento de F(s) alrededor del cero: expandiendo en serie de Taylor la función F(s)

$$F(s) = C_0 + C_1 \cdot s + C_2 \cdot s^2 + \cdots$$

entonces el valor del error en estado estacionario será:

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} R(s) \cdot \left(C_0 + C_1 \cdot s + C_2 \cdot s^2 + \cdots\right)$$

Pero $R(s) = \frac{1}{s^{k+1}}$ para el polinomio de grado k

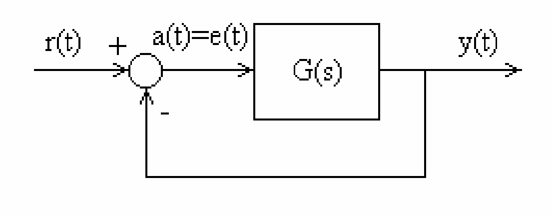
$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} \left(\frac{C_0}{s^k} + \frac{C_1}{s^{k-1}} + \frac{C_2}{s^{k-2}} + \cdots \right)$$

Y este límite existirá, si y solo si, C0 = 0, ..., Ck-1 = 0, Ck distinto de cero; y éste es el valor del límite.

A los Ci los denominamos coeficientes de error y nuestro sistema es de tipo k si el primer coeficiente distinto de cero es Ck.

<u>Caso especial:</u> Retroalimentación unitaria y constantes de error

Si H = I, podemos modelar el sistema con retroalimentación unitaria como muestra la figura:



Entonces tendremos: $F(s) = \dfrac{1}{1+G(s)}$

Para un sistema de tipo 0: $C_0 = \dfrac{1}{1+G(0)}$

Y para un sistema de tipo k (k ≥ 1):

$$C_k = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s^k} \cdot \frac{1}{1+G(s)} = \frac{1}{\lim\limits_{s \to 0} s^k \cdot G(s)}$$

Se define entonces constante de error del sistema retroalimentado unitario de tipo k a:

$$K_k = \lim_{s \to 0} s^k \cdot G(s)$$

A las constantes de error para los tipos 0, 1 y 2; los denominamos respectivamente: constante de error de posición (Kp = K0), de velocidad (Kv = K1) y de aceleración (Ka = K2).

Para la retroalimentación unitaria, el tipo de sistema nos da un grado de la robustez de nuestro sistema (nos da el grado del polinomio que el sistema puede seguir) y el tipo de sistema está dado por la cantidad de integradores puros (1/s) que posee el sistema.

Ejemplo:

Sea la función de transferencia de nuestra planta: $G_p(s) = \dfrac{1}{s \cdot (1+s \cdot T)}$

Siendo H(s) = h, tendremos que nuestro error vale:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = \frac{1+(h-1) \cdot G_p(s)}{1+h \cdot G_p(s)} \cdot R(s)$$

Entonces: $F(s) = \dfrac{1+(h-1) \cdot G_p(s)}{1+h \cdot G_p(s)}$

Y el error de estado estacionario a una entrada escalón será:

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} F(s) = \lim_{s \to 0} \frac{s(1+sT)+(h-1)}{s(1+sT)+h} = \frac{h-1}{h}$$

Si evaluamos al sistema por el resultado obtenido en el error tenemos que decir que es de tipo 0 (a pesar que la planta tiene un integrador puro). Ahora si hacemos h = 1 (retroalimentación unitaria), el error de estado estacionario a un escalón es 0, que es el resultado esperado para un sistema de tipo 1.

Bibliografía:

1. **INGENIERÍA DE CONTROL MODERNA;** Ogata K., Prentice-Hall Inc., 2002
2. **SISTEMAS MODERNOS DE CONTROL;** Dorf R. C., Addison-Wesley Iberoamericana, 1989
3. **CONTROL DE SISTEMAS DINÁMICOS CON RETROALIMENTACIÓN;** Franklin G. F., Powell J. D., Emami-Naeimi A., Addison-Wesley Iberoamericana S. A., USA, 1991
4. **SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE CONTROL;** Kuo B.C., Prentice-Hall Inc., 1991
5. **LINEAR CONTROL SYSTEM ANALYSIS AND DESIGN;** D'Azzo J. J., Houpis C. H., McGraw-Hill Series in Electrical Engineering, 1995
6. **ELECTRÓNICA INTEGRADA** (Cap. 15 y 16); Millman Halkias, Ed. Hispano – Europea, Barcelona (Esp.) 1976.-
7. **OPERATIONAL AMPLIFIERS: DESIGN AND APPLICATIONS;** Jerald Graeme & Gene, Burr Brown 1979.-
8. **AMPLIFICADORES OPERACIONALES Y CIRCUITOS INTEGRADOS LINEALES**, R. Coughlin y F. Driscoll, Prentice Hall Hispanoamericana 1993.-