RECORDEMOS SOBRE DISTRIBUCIONES

- CONJUNTA $f_{XY}(x,y)$ $(x,y) \in D \subseteq \mathbb{R}^2$

D ↑ UNA REGIÓN DEL PLANO

- MARGINAL $f_X(x) = \int_Y f_{XY}(x,y)\,dy$

- INDEPENDENCIA: X e Y SON INDEPENDIENTES SII

$$f_{XY}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) \quad (*)$$

- CONDICIONAL $f_{X/Y}(x|y) = \dfrac{f_{XY}(x,y)}{f_Y(y)}$

$\boxed{\text{EJERCICIO 1 b) I}}$

I) TENEMOS DOS V.A X e Y CON $f_{XY}(x,y)$

DEFINIMOS UNA NUEVA V.A $Z = X + Y$

Y QUEREMOS HALLAR $f_Z(z)$ EN FUNCIÓN DE f_{XY}

EMPEZAMOS CON LA ACUMULADA.

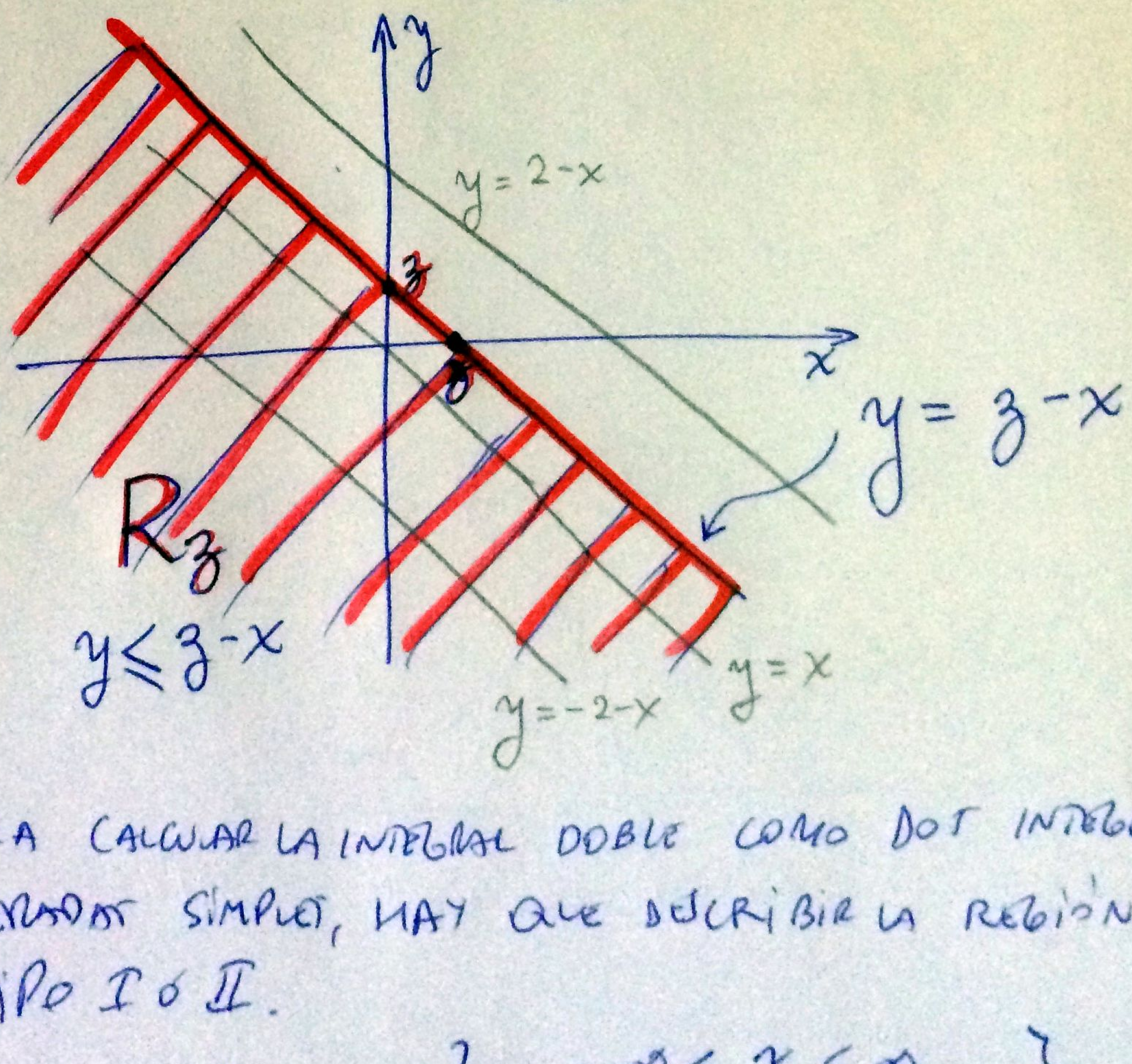
$$F_Z(z) = P\{Z \leq z\}$$

$$= P\{X+Y \leq z\}$$

$$= \iint_{R_z} f_{XY}(x,y)\, dA_{xy}$$

DONDE $R_z = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x+y \leq z\}$

ACUERDENSE QUE COMO TENEMOS DOS VARIABLES, LA f_{XY} ES UNA FUNCIÓN DE DOS VARIABLES DEFINIDA EN UNA REGIÓN DEL <u>PLANO</u>: $\mathbb{R}^2$



PARA CALCULAR LA INTEGRAL DOBLE COMO DOS INTEGRALES ITERADAS SIMPLES, HAY QUE DESCRIBIR LA REGIÓN DE TIPO I ó II.

$$R_z = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{array}{l} -\infty \leq x \leq \infty \\ -\infty \leq y \leq z-x \end{array}\right\}$$

ENTONCES,

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{z-x} f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$$

PARA HALLAR f_Z DERIVAMOS CON RESPECTO A z.

$$\frac{\partial}{\partial z} F_Z(z) = \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{z-x} f_{XY}(x,y)\, dy\, dx$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{ASUMIENDO} \\ \text{TODO "LINDO"}}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{-\infty}^{z-x} f_{XY}(x,y)\, dy \right) dx$$

$$f_Z(z) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{USANDO EL} \\ \text{TEOREMA FUNDAMENTAL} \\ \text{DEL CÁLCULO}}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f_{XY}(x, z-x)\, dx$$

$\blacksquare$

II) SI X, Y INDEP $\Rightarrow$ POR $\circledast$

$$f_Z(z) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot f_Y(z-x)\, dx}_{\text{CONVOLUCIÓN.}}$$