

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CC-01.PDF

1	Funcionamiento en cortocircuito en las maquinas sincronicas	1 / 83
----------	--	---------------

1. FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO

DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

1.1 - Generalidades.

Objeto del tratado es el estudio de las corrientes y de las tensiones en los circuitos de inducido y de inductor de las máquinas sincrónicas durante su funcionamiento en cortocircuito. Por cortocircuito se entiende una conexión (accidental o intencional) de impedancia despreciable o un arco que se establece entre conductores de una o más fases de un sistema eléctrico que incluye o no la tierra. El funcionamiento en cortocircuito de las máquinas sincrónicas depende obviamente de las condiciones de los regímenes de funcionamiento que preceden el manifestarse de una falla, del tipo y del punto de falla.-

Para generalizar el estudio se examinarán separadamente los siguientes casos:

- falla trifásica en los terminales de una máquina que funciona en vacío (1.2);
- falla trifásica en un punto de una red conectada a una máquina que funciona en vacío (1.3);
- falla trifásica en bornes de una máquina que funciona en carga (1.4); (1.5);
- falla en un punto de una red conectada a máquinas con características distintas: trifásica aislada o no de tierra, entre dos fases, entre una fase y tierra, entre dos fases y tierra (1.6);
- falla trifásica en un punto de una red conectada a una máquina que funciona en vacío o en carga, incluyendo los efectos de las resistencias de los circuitos externos y de la resistencia de la falla (1.7).-

El método de estudio que será adoptado se basa en la aplicación de las teorías de las componentes simétricas, de las dos reacciones y en el principio de conservación de los flujos concatenados con los circuitos cerrados.-

1.1.1* - Teoría de las componentes simétricas.*

El funcionamiento en cortocircuito de una máquina sincrónica, cualquiera sea el punto y el tipo de falla, puede ser estudiado con un circuito equivalente monofásico constituido por parámetros a la secuencia positiva, negativa y cero. Los parámetros deben ser oportunamente interconectados, y tener aplicadas tensiones a la secuencia positiva variables en función del tiempo.-

.///.

En los sistemas simétricos las magnitudes a la frecuencia fundamental que pertenecen a distintas secuencias son independientes entre sí, en particular para las máquinas sincrónicas se puede inmediatamente demostrar la independencia de las corrientes.-

En un circuito de inducido que alimenta una carga simétrica, las tensiones del inducido son simétricas y las corrientes equilibradas. La corriente de inducido a su vez genera un flujo de reacción resultante, que gira en sincronismo con el rotor, el flujo de reacción se compone con el flujo del inductor y las tensiones y las corrientes que resultan aplicadas a la carga son magnitudes de una sola secuencia.-

Si al circuito de inducido de una máquina se aplican tensiones de secuencia negativa, las corrientes de inducido generan un flujo rotante en sentido opuesto al del rotor. Este flujo concatenándose con el circuito del inductor, genera en él corrientes de frecuencia doble de la fundamental. El campo alternado de estas corrientes puede a su vez ser examinado como compuesto por dos campos rotantes con velocidad doble de la del rotor: uno gira en el sentido del rotor y el otro en sentido opuesto. El primer campo genera en el inducido corrientes de secuencia positiva pero de tercera armónica; el segundo campo genera corrientes de frecuencia fundamental pero perteneciente a la secuencia negativa.

Haciendo circular en el circuito de inducido de una máquina corrientes de secuencia cero (estando los ejes de los arrollamientos de las tres fases de inducido desfasados en 120° eléctricos) el flujo resultante tiene valor nulo y por lo tanto las corrientes de secuencia cero causan solo caídas de tensión a la misma secuencia.-

1.1.2* - Teoría de las dos reacciones.*

Las corrientes equilibradas de las tres fases de inducido de una máquina sincrónica pueden ser descompuestas según dos direcciones desfasadas entre sí de 90° eléctricos ($\pi/2$ radianes): una coincidente con el eje directo o de los polos, la otra con el eje en cuadratura o eje de la zona interpolar.-

De este modo se obtienen dos sistemas de corrientes trifásicas que se pueden examinar separadamente porque a ellas puede ser aplicado instante por instante el principio de superposición de los efectos.-

La corriente directa de una fase llega a ser máxima en los instantes en los cuales el eje magnético del arrollamiento coincide con el eje de los polos, mientras la corriente en cuadratura llega a ser máxima en los instantes en los cuales el eje magnético coincide con el eje de la zona interpolar.-

Los sistemas mencionados producen dos campos de reacción que giran a la velocidad sincrónica y son por lo tanto estacionarios

.///.

.///.

respecto al rotor. El campo directo de inducido magnetiza o desmagnetiza el rotor según el eje de los polos.

1.1.3* - Principio de conservación del flujo concatenado con los circuitos cerrados.*

A la conservación del flujo se oponen los efectos de disipación de energía asociados a la circulación de las corrientes inducidas en los circuitos cerrados que concatenan el flujo porque cada circuito tiene una resistencia propia. En una máquina sincrónica que funciona en cortocircuito existen por lo menos dos circuitos cerrados: el circuito inductor y el circuito de la fase de inducido que está cortocircuitada.-

Se indica con i_a un valor instantáneo de la corriente de una fase de inducido, con R_a y L_a respectivamente la resistencia y la autoinductancia de este circuito, con i_{ecc} la corriente en el circuito inductor y con M la inducción mutua entre los dos circuitos cerrados. Instante por instante, para el circuito de la fase de inducido subsiste la relación:

$$R_a i_a + \frac{d}{dt} (L_a i_a + M i_{ecc}) = 0$$

Despreciando la resistencia R_a , se obtiene:

$$\frac{d}{dt} (L_a i_a + M i_{ecc}) = 0$$

La relación permite afirmar que en ausencia de fenómenos disipativos, el flujo concatenado con un circuito cerrado tiende a permanecer de valor constante. En la práctica, cuando un circuito está constituido por varias espiras, puede variar el flujo que se concatena con cada una de las espiras pero no el flujo total, este varía solamente haciendo variar la reluctancia del circuito que lo concatena, o superponiéndole el flujo de otro circuito. De todos modos las variaciones del flujo total pueden producirse solo gradualmente en el tiempo.-

1.2 - FALLA TRIFASICA EN BORNES DE UNA MAQUINA SINCRONICA FUNCIONANDO EN VACIO.-

1.2.1. - Generalidades.

En el funcionamiento en vacío de una máquina sincrónica la fuerza magneto-motriz de excitación genera un flujo, del cual parte se concatena con el circuito de inducido (flujo útil) y parte sigue líneas que se cierran concatenándose sola-

.///.

.///.

mente con el circuito del inductor (flujo disperso). El flujo útil y el flujo disperso, despreciando la saturación, son en régimen directamente proporcionales a la fuerza magneto-motriz de excitación y la tensión interna coincide con la tensión en bornes.-

Poniendo en cortocircuito las fases de inducido, por ellas circula un sistema de corrientes equilibradas. Es intuitivo, y se puede demostrar, que las corrientes de las fases del inducido dependen de magnitudes y de parámetros a la secuencia positiva que corresponden solo al eje directo o de los polos. En efecto los flujos en el entrehierro, generados por la fuerza magneto-motriz de excitación, están dispuestos simétricamente al eje directo y las corrientes que circulan en el inducido (a causa del cortocircuito) son corrientes inductivas cuyo campo de reacción rotante a la velocidad sincrónica es longitudinal, opuesto al campo inductor.-

En los primeros instantes que siguen el establecimiento de un cortocircuito, los flujos que se concatenan con los circuitos cerrados del rotor tienden a conservarse invariables: esto implica un aumento de la fuerza magneto-motriz generada por ellos. En efecto se inducen tensiones y por lo tanto corrientes en las espiras de amortiguamiento como también en los circuitos similares que se forman en el hierro no suficientemente laminado del rotor y de otras estructuras rotóricas y en el circuito de excitación. Las corrientes inducidas en los circuitos rotóricos se atenúan exponencialmente en el tiempo hasta anularse; cada corriente según una propia constante de tiempo.-

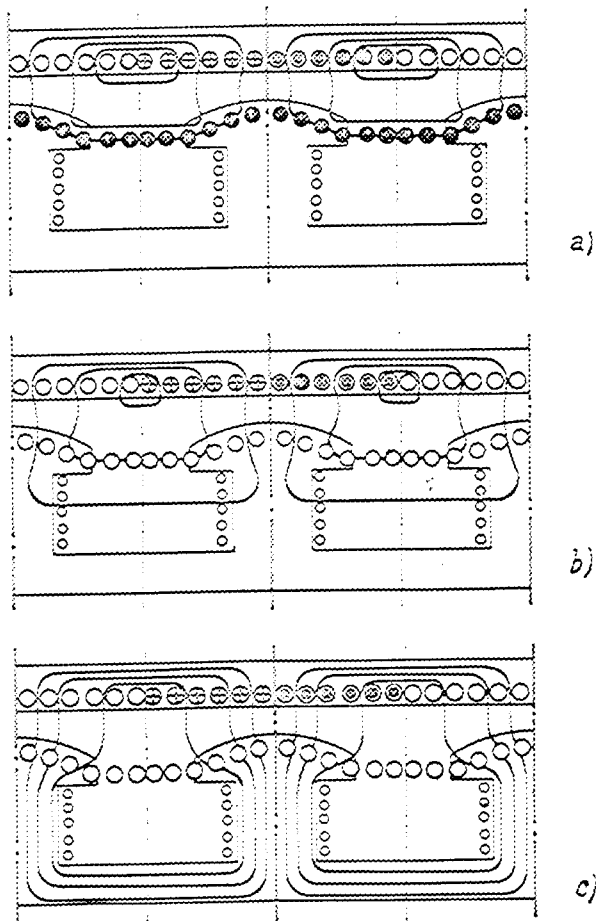


Fig. 1

.///.

Para estudiar el comportamiento de los flujos mientras subsisten en la máquina los fenómenos descritos se puede recurrir al criterio de superposición de los efectos. La configuración de los flujos existentes antes del funcionamiento en cortocircuito puede ser considerada conjuntamente con la configuración de los flujos rotantes en sincronismo con el rotor y pulsantes respecto al eje directo, que serían causados por un funcionamiento ficticio.-

Este funcionamiento resulta de la brusca aplicación, en el punto de falla en lugar del cortocircuito, de una terna de tensiones simétricas igual y contraria a aquella existente en ese punto, mientras el circuito inductor es desexcitado y cerrado sobre si mismo.-

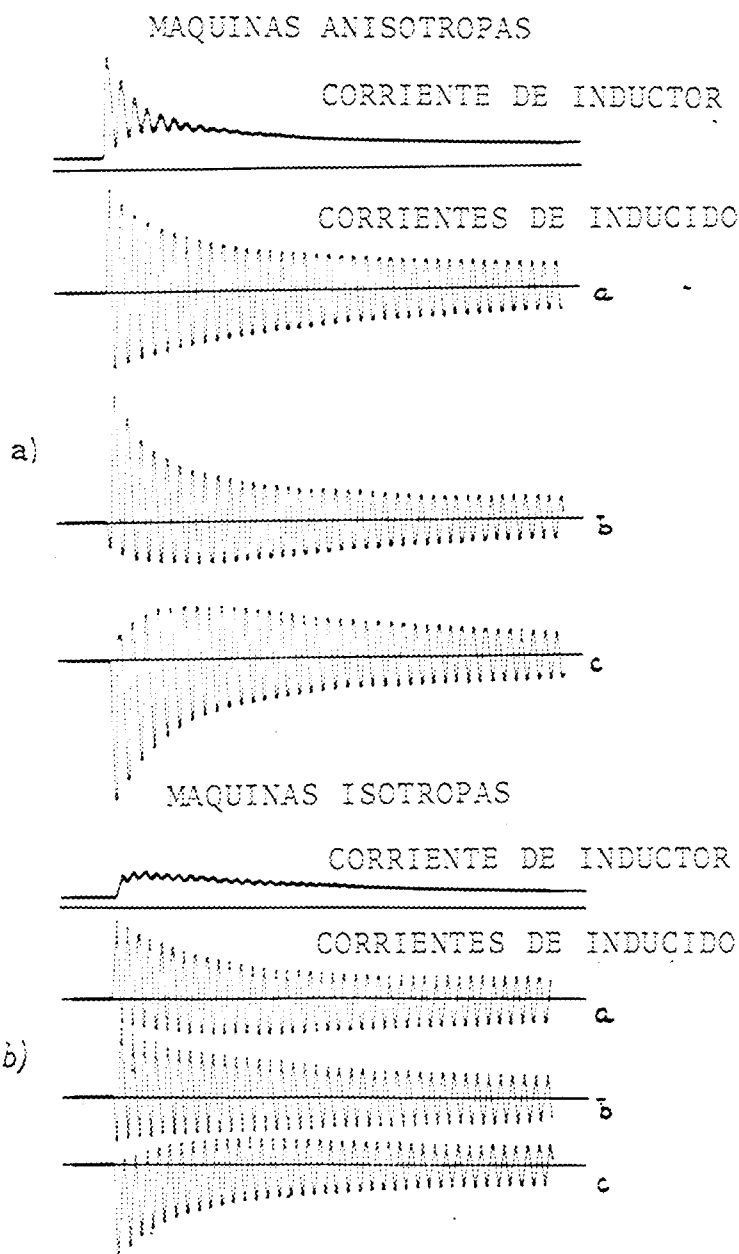


Fig. 2

El flujo de las corrientes en el inducido actúa inicialmente como si siguiera líneas cerradas, que no afectan el hierro del rotor y no se concatenan con los circuitos eléctricos rotoricos (fig. 1a)

Este flujo, después de un breve lapso penetra en el hierro rotórico siguiendo líneas que establecen concatenamientos con el circuito de excitación (fig. 1b) y después de un período relativamente largo se alcanza la configuración representada en la fig. 1c. En concomitancia con esta condición las corrientes inducidas en los circuitos rotóricos se extinguen, la corriente de excitación vuelve al valor del funcionamiento precedente al establecimiento de la falla. Las corrientes de las fases del inducido alcanzan un valor sostenido.-

En las figuras 2 se muestran los registros experimentales de las corrientes de las fases del inducido y la corriente de excitación mientras dura la falla trifásica en los terminales de una máquina sincrónica, isótropa o de una máquina sincrónica anisótropa. Las representaciones gráficas de estas corrientes constituyen una base experimental para examinar cualitativa y cuantitativamente los fenómenos descriptos sumariamente en este paragrafo.-

1.2.2 - Corriente de cortocircuito en una fase de inducido y corriente de inductor.-

Con referencia a las figuras 2a y 2b (ambas correspondientes a máquinas sincrónicas con espiras de amortiguamiento) la corriente de cortocircuito (corriente en una fase de inducido) y la corriente del circuito inductor pueden descomponerse en magnitudes alternas y unidireccionales.-

En el instante inicial la corriente de cortocircuito presenta una componente alterna o simétrica de valor igual y contrario a la componente unidireccional: análoga relación se cumple para la corriente de excitación, entre el incremento que experimenta la componente unidireccional y el valor inicial de la componente alterna.-

A la corriente unidireccional de cortocircuito corresponde la corriente alterna de excitación. Ambas tienen amplitud variable en el tiempo y se atenúan con ley exponencial según una única constante de tiempo del orden de los décimos de segundo.-

A la corriente alterna o simétrica de cortocircuito corresponde la corriente unidireccional de excitación. Las dos corrientes pueden descomponerse en una de amplitud variable y una de amplitud constante.

Las corrientes variables pueden a su vez descomponerse en dos componentes exponenciales con distinta duración e indicadas de la siguiente manera:

- las componentes transitorias que se atenúan exponencialmente con una constante de tiempo del orden de los segundos;
- las componentes subtransitorias que se amortiguan en pocos ciclos

.///.

exponencialmente con una constante de tiempo del orden de las centésimas de segundo.

Las corrientes permanentes tienen amplitud constante: la del circuito de inducido es igual a la corriente de cortocircuito permanente; la del circuito inductor es igual a la corriente de excitación, existente en el momento en el cual se produjo la falla.-

Los fenómenos transitorios son sostenidos por las corrientes inducidas en el circuito de excitación, mientras los fenómenos subtransitorios son sostenidos por las corrientes inducidas en las espiras de amortiguamiento y por las corrientes parásitas, que se presentan en el hierro del rotor y de las estructuras rotóricas.-

Las corrientes inducidas en los circuitos auxiliares rotóricos a su vez resultan constituidas en la siguiente forma:

- por una corriente alterna generada por el flujo de las corrientes unidireccionales en las tres fases de inducido, porque este flujo es fijo respecto al estator y corta los circuitos rotóricos que giran;
- por una corriente unidireccional generada por la variación del flujo de la corriente alterna en las tres fases de inducido, porque este flujo gira en sincronismo con los circuitos rotóricos.-

Cuando las máquinas sincrónicas sin espiras de amortiguamiento o circuitos similares funcionan en cortocircuito a causa de fallas trifásicas en sus bornes, los circuitos de las fases de inducido y el circuito inductor quedan afectados por corrientes cuyo comportamiento es diferente del que se ha considerado en este parágrafo.

La corriente alterna o simétrica de cortocircuito y la corriente unidireccional de inductor no presentan componentes subtransitorias.

En realidad el funcionamiento en cortocircuito de las máquinas sincrónicas puede también ser más complejo de como ha sido esquematizado: por ejemplo la corriente de cortocircuito de las máquinas anisótropas sin espiras de amortiguamiento puede incluir una corriente alterna armónica de segundo orden y de intensidad no siempre despreciable.-

1.2.3 - Determinación de las componentes de la corriente de cortocircuito de los oscilogramas.-

En la fig.3 se reproduce un oscilograma de la corriente de cortocircuito en una fase inmediatamente después de una falla trifásica en bornes de una máquina sincrónica.-

Para obtener de este oscilograma las componentes de la corriente de cortocircuito, que han sido examinadas en el parágrafo 1.2.2, se aconseja el siguiente procedimiento (indicado por A.I.E.E. Test Code for Synchronous machines).

Se expresan los máximos de la corriente en valor relativo, referidos al valor máximo de la corriente nominal y se numeran progresi-

.///.

.///.

vamente los valores máximos positivos y negativos de la onda, por lo cual los máximos positivos son todos impares y los máximos negativos todos pares, o viceversa.-

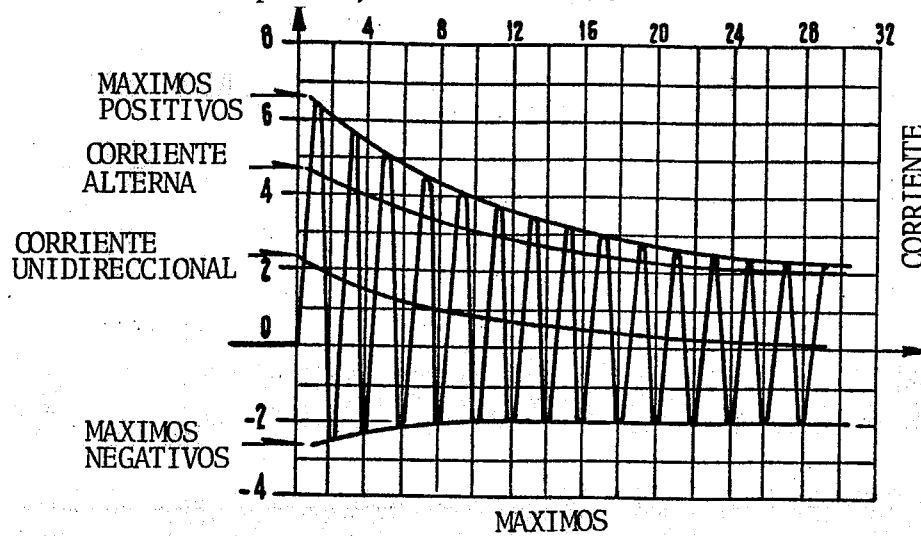


Fig. 3

Se traza un diagrama de la envolvente de la corriente de cortocircuito disponiendo en abscisas los sucesivos instantes correspondientes a los valores máximos, colocando el primer máximo en correspondencia de la abscisa 1, el segundo en correspondencia de la abscisa 2 y así sucesivamente, uniendo con una línea todos los máximos positivos y con otra todos los máximos negativos.-

La correspondiente curva media representa la corriente unidireccional. De la curva envolvente, de signo igual a la corriente unidireccional, se resta esta y se obtiene la envolvente de la corriente alterna o simétrica. La curva envolvente de la corriente alterna se reproduce con la ordenada en escala logarítmica en un nuevo diagrama sobre el cual se presenta también una segunda curva (curva B en fig. 4) obtenida restando de la primera el valor máximo de la corriente permanente de cortocircuito.-

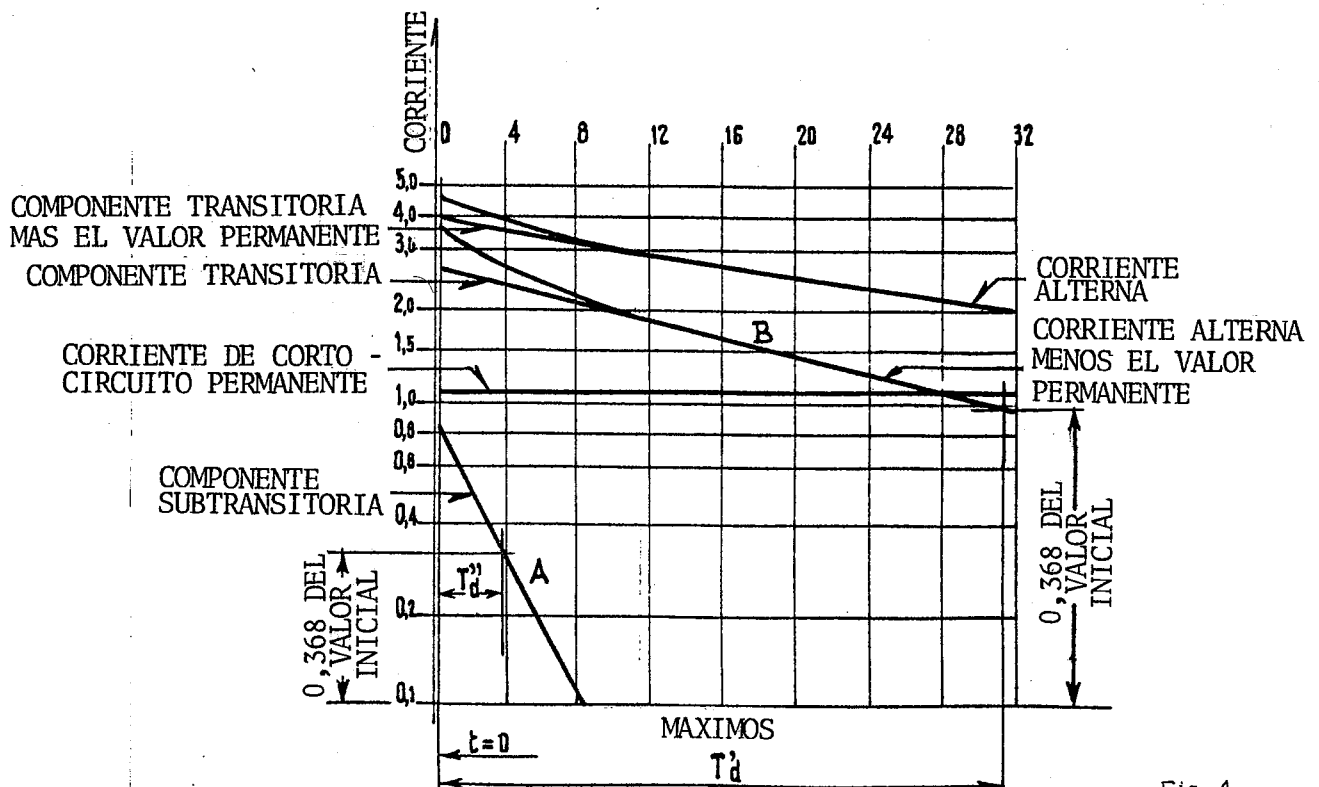


Fig. 4

.///.

Puesto que el primer máximo ha sido llevado en correspondencia con la abscisa 1, el instante de aplicación del cortocircuito no coincide generalmente con la abscisa cero, pero con una abscisa que puede ser fácilmente determinada con el oscilograma y que será por lo tanto la abscisa correspondiente al tiempo cero.-

La extrapolación de la curva de corriente representada en el diagrama debería ser por lo tanto extendida hasta la vertical que pasa por tal abscisa.-

La curva B resulta compuesta por una recta, que se une asintóticamente a una curva en correspondencia de los primeros períodos.-

El análisis debe ser suficientemente extendido de modo de determinar sin dudas la parte rectilínea, que debe ser después prolongada hasta el tiempo cero.-

Esta recta representa la componente transitoria.-

Las diferencias entre las ordenadas de la curva B y de la recta de la componente transitoria, también representadas en escala logarítmica, determinan una recta (A en fig. 4) que representa la componente subtransitoria.-

Obviamente el oscilograma examinado está relacionado con una máquina sincrónica, en la cual existen o se forman en el hierro del rotor circuitos eléctricos cerrados. Si se tratara de una máquina sin espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotoricos, la curva B sería una recta.

1.2.4 - Componente permanente de cortocircuito.

Esta es la única componente a la cual se reduce la corriente simétrica en las fases de inducido de la fig. 4 cuando se extinguen los fenómenos transitorios.-

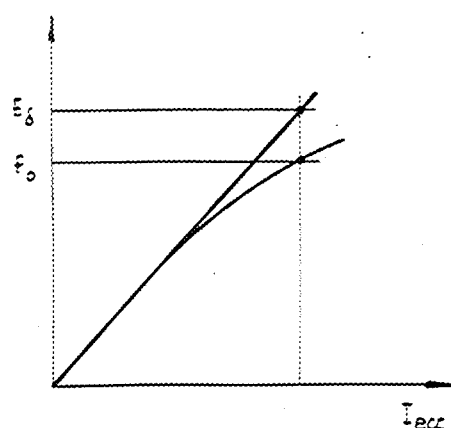


Fig. 5

Su valor eficaz I_d se puede determinar por intermedio de la característica de cortocircuito en función de la fuerza magneto-motriz de excitación de funcionamiento en vacío que precede el cortocircuito.-

.///.

A esta fuerza magneto-motriz corresponde sobre la extrapolación del tramo rectilíneo de la característica de funcionamiento en vacío, una tensión interna E_δ (fig. 3) cuyo valor puede resultar superior al de la tensión en bornes E_0 .-

El parámetro que se obtiene refiriendo el valor eficaz de la componente permanente I_d a la tensión interna E_δ es una impedancia funcional. Su valor es esencialmente inductivo, puesto que la resistencia del circuito de una fase del inducido es generalmente despreciable y coincide con el de una reactancia que se denomina reactancia sincrónica no saturada directa:

$$[1] \quad X_d = \frac{E_\delta}{I_d}$$

- Reactancias sincrónicas.

Los efectos de los flujos dispersos del circuito de inducido y del flujo producido por la fuerza magneto-motriz de reacción de armadura sobre la fuerza electro-motriz de las máquinas sincrónicas puede estudiarse en función de reactancias normalmente denominadas sincrónicas. Estas reactancias comprenden las reactancias de dispersión y las de reacción.-

La reactancia sincrónica longitudinal o directa.

$$X_d = X_{ld} + X_{ad}$$

es aquella que una máquina sincrónica presenta respecto a una terna de tensiones de secuencia positiva, en régimen permanente, a la frecuencia nominal, en el caso en que el flujo debido a dicha terna de tensiones recorra el inductor según el eje directo o polar, es decir cuando la distribución del flujo es simétrica respecto del eje directo.-

Dicha reactancia corresponde al flujo producido por la corriente de inducido actuando ella sola, es decir con la máquina desexcitada, en las condiciones antes especificadas; y su valor depende del grado de saturación de la máquina. Convencionalmente se considera solamente el valor en ausencia de saturación.-

La reactancia sincrónica transversal o en cuadratura

$$X_q = X_{lq} + X_{aq}$$

.///.

.///.

es aquella que una máquina sincrónica presenta respecto a una terna de tensiones a la secuencia positiva, en régimen permanente, a frecuencia nominal, en el caso en que el flujo debido a dicha terna de tensiones recorra el inductor según el eje en cuadratura o el eje interpolar, es decir cuando la distribución del flujo es simétrica respecto al eje en cuadratura.-

También para esta reactancia valen las observaciones y las aclaraciones hechas para la directa.-

El valor de la reactancia sincrónica en cuadratura de las máquinas isótropas es igual a la reactancia sincrónica directa.-

$$X_q = X_d$$

Para las máquinas anisótropas las reactancias sincrónicas según las dos direcciones son distintas y generalmente

$$X_q < X_d \quad X_q/X_d = 0,5 \div 0,65.$$

NOTA I - Determinación de la característica de cortocircuito para un cortocircuito permanente.-

Esta condición de funcionamiento se puede lograr realizando un cortocircuito trifásico en los terminales de una máquina sincrónica y excitando progresivamente la máquina después de haberla puesto en rotación y llevado a su velocidad nominal.-

Los valores de las corrientes, que circulan en el inducido y los correspondientes valores de las fuerzas magneto-motrices o de las corrientes de inductor llevados en un diagrama, definen la característica de cortocircuito de la máquina. La forma de esta característica es análoga a la característica de funcionamiento en vacío como indica la fig. 6. La fuerza magneto-motriz correspondiente al punto en que la característica de cortocircuito se separa de la traza rectilínea inicial tiene un valor superior a aquel que corresponde a la fuerza magneto-motriz correspondiente a la curvatura de la característica de funcionamiento en vacío.-

Con referencia a la fig. 6, la corriente de cortocircuito a-b se obtiene excitando la máquina con la fuerza magneto-motriz o-a a la cual en el funcionamiento en vacío corresponde la tensión a-c. En el funcionamiento en cortocircuito, esta tensión es igual y contraria a la caída de tensión en la impedancia interna de la máquina, que normalmente se puede considerar comparable en valor a la caída de tensión en la reactancia sincrónica. Por lo tanto resulta:

$$X_d = \frac{a c}{a b}$$

.///.

Si se resta de la fuerza magneto-motriz de excitación o-a la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido d-a provocada por la corriente de cortocircuito a-b, se determinan sobre la característica de vacío, en correspondencia al valor de la fuerza magneto-motriz resultante o-d, el valor que asume la caída de tensión en la reactancia de dispersión de manera que se puede considerar

$$X_l = \frac{df}{ab}$$

La reactancia de dispersión es de valor siempre inferior al de la reactancia sincrónica cualquiera sea el valor de la corriente de excitación y en consecuencia de la corriente de cortocircuito permanente. Pero aumentando la fuerza magneto-motriz de excitación de manera que la respectiva corriente del inducido sea muy superior a aquella que corresponde a la zona curva de la característica de cortocircuito, por ejemplo llevando la excitación al valor o-r de la fig. 6, la corriente de cortocircuito resulta de valor igual a r-s y la correspondiente fuerza magneto-motriz de reacción de inducido asume el valor w-r mientras los valores de la tensión de vacío r-t y de la tensión interna u-z resultan poco distintos entre sí. De aquí surge que la relación r-t/r-s (que como se ha visto es igual al valor de la reactancia sincrónica) para la condición de excitación en exámen es poco diferente del valor de la relación u-z/r-s, que es en cambio igual a la reactancia de dispersión. En base a estas consideraciones se puede afirmar que el valor de la reactancia sincrónica depende del grado de saturación de la máquina, es decir del valor de la corriente de excitación y que, aumentando la corriente de excitación, el valor de la reactancia sincrónica disminuye, tendiendo al valor de la reactancia de dispersión.-

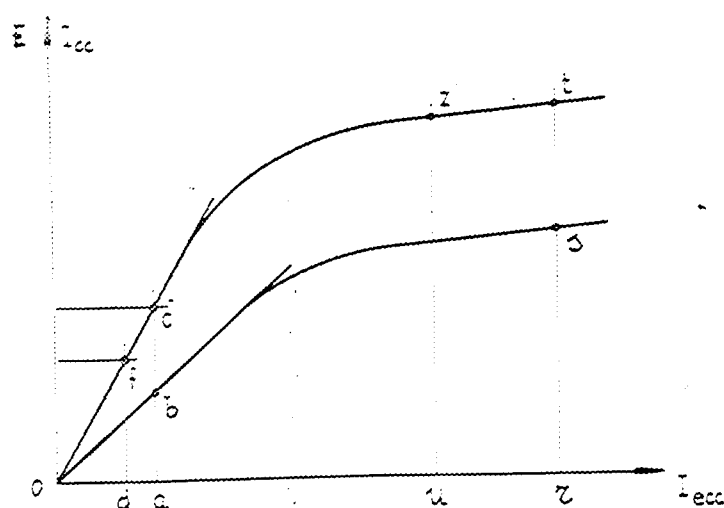


Fig. 6

.///.

.///.

1.2.5 - Componente transitoria de la corriente de cortocircuito.

La curva envolvente de la componente transitoria extrapolada hasta el instante inicial del cortocircuito es una función exponencial, en efecto, se ha mostrado que representada en escala semilogarítmica es una recta.-

Con referencia a las figs. 4 y 7, la expresión de esta componente resulta:

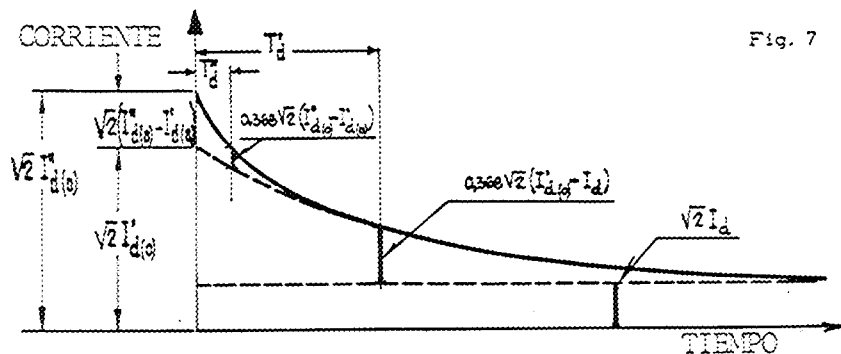


Fig. 7

$$[2] \quad \sqrt{2}(I'_{d(0)} - I_d) e^{-t/T'_d}$$

siendo:

$I'_{d(0)}$ = el valor inicial transitorio de la corriente alterna o simétrica;

I_d = el valor mantenido de la corriente alterna o simétrica;

T'_d = el tiempo en el cual la componente transitoria disminuye en un 63% ($1/e$) de su valor inicial ($I'_{d(0)} - I_d$)

Es sabido que en el instante en que se establece un cortocircuito en bornes de una máquina, las corrientes de cortocircuito en las fases de inducido tienden a hacer disminuir el flujo concatenado con el circuito inductor que, a su vez, como todo flujo concatenado con cualquier circuito cerrado, tiende inicialmente a mantenerse invariable.-

Los fenómenos subtransitorios que subsisten en las máquinas con espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotóricos pueden ser examinados separadamente de los fenómenos transitorios porque a sus efectos sobre corrientes de cortocircuito y sobre corrientes del inductor, puede aplicarse el principio de superposición. Prescindiendo por lo tanto de los fenómenos subtransitorios, al efecto desmagnetizante de la reacción de inducido (reacción que depende de la parte del flujo de inducido que tiende a penetrar en el hierro del rotor concatenándose con el circuito inductor) se opone un aumento de la corriente de excitación. El consiguiente aumento de la fuerza magneto-motriz de inductor, es al principio suficiente para conservar el flujo total de inductor, pero produce un aumento del flujo disperso por esta razón el flujo de entrehierro asume un valor in-

.///.

ferior al que tenía antes de producirse el cortocircuito. La tensión interna proporcional al flujo de entrehierro resulta entonces de valor inferior al de la tensión que se tenía en los terminales de la máquina. En consecuencia la corriente de cortocircuito resulta de valor inferior al que alcanzaría si el flujo de entrehierro pudiese permanecer constante. Esta condición se produciría solamente si la dispersión del circuito inductor fuese nula.

El valor inicial transitorio $I'_d(0)$ de la corriente alterna o simétrica de cortocircuito puede ser obtenido de los oscilogramas de las corrientes del inducido como se ha indicado en el párrafo 1.2.4.-

El parámetro que se obtiene refiriendo el valor eficaz $I'_d(0)$ al de la tensión de funcionamiento en vacío E_0 es una impedancia funcional. El valor de esta impedancia es esencialmente inductivo, porque la resistencia de fase del inducido es despreciable, coincide con el de una reactancia, que se denomina transitoria directa y, por todo lo expuesto, es superior al de la reactancia de dispersión directa del inducido.-

- Reactancia transitoria directa.

La reactancia transitoria directa X'_d es aquella que una máquina sincrónica presenta cuando se aplica una terna de tensiones a la secuencia positiva, a frecuencia nominal.

Si se prescinde de las componentes subtransitorias de la corriente, cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje directo. Tal reactancia corresponde al flujo de dispersión total de los arrollamientos del inducido e inductor. El valor de la reactancia transitoria directa depende del grado de saturación de la máquina y es necesario por lo tanto especificar el valor de la tensión a que se ha hecho la determinación de dicha reactancia.-

Cuando para la tensión de funcionamiento E_0 la saturación puede ser despreciada, la reactancia transitoria en función de la reactancia de dispersión y de la reactancia de reacción de armadura, se evalúa con las siguientes relaciones:

$$[3-4] \quad X'_d = X_{ld} + \frac{X_{ad} \psi_{di}}{(1 + \psi_{di})} = X_d - \frac{X_{ad}}{1 + \psi_{di}}$$

siendo ψ_{di} la relación entre el flujo disperso y el flujo útil que existían en la máquina durante el funcionamiento en vacío (NOTA II).-

Estas dos relaciones obtienen como se indica en la NOTA III.-

NOTA II. - Flujo útil, flujo disperso, flujo total en los funcionamientos a régimen de las máquinas sincrónicas.-

Durante el funcionamiento en vacío de una máquina sincrónica el flujo en el entrehierro (flujo útil) se puede evaluar en función de la fuerza magneto-motriz de la característica de excitación. El flujo de dispersión en cambio se evalúa sobre la característica parcial, correspondiente al circuito magnético que sostiene dicho flujo, en función de la fuerza magneto-motriz necesaria para mantener el flujo útil en el circuito magnético que comprende el entrehierro y el inducido. El valor de la relación entre

.///.

$$I'_{d(0)} = \frac{E_0}{X'_d}$$

y la fuerza electro-motriz de excitación resulta igual a:

$$X_d I'_{d(0)} = E_0 \left(\frac{X_d}{X'_d} \right)$$

En valor relativo las fuerzas electro-motrices de excitación o tensiones internas, los flujos de entrehierro, las fuerzas magneto-motrices las corrientes de excitación (considerando unitario el valor de todas estas magnitudes en el funcionamiento en vacío a la tensión nominal) se expresan todas con el mismo número.-

En el caso que se está estudiando, el valor relativo de estas magnitudes resulta igual:

$$\dot{X}_d I'_{d(0)} = \dot{E}_0 \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right)$$

y por lo tanto la intensidad de la corriente de excitación en el pasaje de funcionamiento en vacío al funcionamiento en cortocircuito, pasa, del valor E_0 al valor $E_0(X_d/X'_d)$. El incremento de la corriente de excitación es igual en valor relativo a:

$$\Delta I_{ecc} = \dot{E}_0 \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right) - \dot{E}_0 = I'_{d(0)} (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)$$

Se hace notar que la inductancia de un circuito es un parámetro definido por la relación entre el valor del flujo concatenado por el circuito y la corriente que circula en el mismo circuito. Por lo tanto, para que la intensidad de la corriente que circula en el circuito inductor pueda en un instante determinado aumentar, y simultáneamente el valor del flujo concatenado con el circuito inductor pueda permanecer constante, es necesario que la inductancia de este circuito disminuya en proporción, a causa de la variación sufrida en la condición de funcionamiento de la máquina misma.

Indicando con L_{ecc} el valor de la inductancia del circuito inductor en el funcionamiento en vacío y con L'_{ecc} el valor en cortocircuito, debe ser verificada la igualdad

.///.

.///.

$$\dot{L}'_{ecc} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right) \dot{E}_0 = \dot{L}_{ecc} \dot{E}_0$$

de la cual resulta:

$$\dot{L}'_{ecc} = \left(\frac{\dot{X}'_d}{\dot{X}_d} \right) \dot{L}_{ecc}$$

El flujo total concatenado con el circuito inductor antes de establecerse el cortocircuito, era igual en valor relativo a:

$$\dot{\phi} = \dot{E}_0 (1 + \psi_{di})$$

En el pasaje de funcionamiento en vacío al funcionamiento en cortocircuito, el flujo total permanece constante, el flujo disperso, proporcional a la corriente de excitación aumenta resultando igual a:

$$\dot{\phi}_{di} = \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right) \dot{E}_0$$

en consecuencia el flujo útil debe disminuir de cuanto ha aumentado el flujo disperso y resulta:

$$\dot{\phi}_u = \dot{E}_0 - \left[\psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} \right) \dot{E}_0 - \psi_{di} \dot{E}_0 \right]$$

es decir:

$$\dot{\phi}_u = \dot{E}_0 \left[1 - \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} - 1 \right) \right]$$

Esta última relación es válida también para el valor relativo que asume en el instante inicial del cortocircuito la tensión de entrehierro. Valor que se indicará a continuación con el símbolo $E_{(0+)}$. El valor inicial de la corriente alterna de cortocircuito se puede evaluar en función de la reactancia de dispersión, o bien de la reactancia transitoria directa según que se asuma como valor de la tensión interna el real $E_{(0+)}$, o bien el que tenía la tensión antes de establecerse la falla E_0 .

Las dos definiciones permiten escribir:

$$\frac{\dot{E}_{(0+)}}{\dot{X}_{ld}} = \frac{\dot{E}_0}{\dot{X}'_d}$$

.///.

sustituyendo en la igualdad el término $\dot{E}_{(0+)}$ por su expresión en función de E_0 se obtiene:

$$\frac{\dot{E}_0}{\dot{X}_{ld}} \left[1 - \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} - 1 \right) \right] = \frac{\dot{E}_0}{\dot{X}'_d}$$

$$1 - \psi_{di} \left(\frac{\dot{X}_d}{\dot{X}'_d} - 1 \right) = \frac{\dot{X}_{ld}}{\dot{X}'_d}$$

y siendo $\dot{X}_d = \dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad}$

$$\dot{X}'_d - \psi_{di} (\dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad}) + \psi_{di} \dot{X}'_d = \dot{X}_{ld}$$

$$\dot{X}'_d (1 + \psi_{di}) = \psi_{di} (\dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad}) + \dot{X}_{ld}$$

$$\dot{X}'_d = \dot{X}_{ld} + \dot{X}_{ad} \frac{\psi_{di}}{1 + \psi_{di}}$$

o bien:

$$\dot{X}'_d = \dot{X}_d - \frac{\dot{X}_{ad}}{1 + \psi_{di}}$$

El valor de la reactancia transitoria directa por lo tanto es mayor que la reactancia de dispersión. Todas las consideraciones y las relaciones antes mencionadas valen para las máquinas sincrónicas con espiras de amortiguamiento o circuitos auxiliares rotóricos y obviamente también para las máquinas sincrónicas que no tienen circuitos rotóricos auxiliares eficientes.

1.2.6 - Componente subtransitoria de la corriente de cortocircuito.

La curva envolvente de la componente subtransitoria, extrapolada hasta el instante inicial del cortocircuito es una función exponencial, se ha mostrado que representada en escala semilogarítmica es en efecto una recta.-

Con referencia a las figs. 4 y 7 la expresión de esta componente resulta:

$$[5] \quad \sqrt{2} (I''_{d(0)} - I'_{d(0)}) e^{-t/T''_d}$$

.///.

.///.

siendo:

$I''_d(o)$ = el valor inicial subtransitorio de la corriente alterna o simétrica;

$I'_d(o)$ = el valor inicial transitorio de la corriente alterna o simétrica;

T''_d = el tiempo en que la componente subtransitoria disminuye en un 63% ($1/e$) de su valor inicial ($I''_d(o) - I'_d(o)$)

La tensión interna de la máquina sincrónica con arrollamientos de amortiguación o circuitos rotóricos similares asume en el primer instante del cortocircuito un valor mayor de aquel al cual se ha hecho referencia en el paragrafo 1.2.5, despreciando los efectos de los circuitos auxiliares rotóricos.-

Fisicamente se justifica este fenómeno considerando que las espiras de amortiguamiento y los circuitos cerrados rotóricos existen o se forman en proximidad del entrehierro y el flujo disperso de estos circuitos es inferior al del circuito de excitación.-

La tensión interna proporcional al flujo de entrehierro, resulta siempre de valor inferior a la tensión interna preexistente al cortocircuito. La corriente de cortocircuito resulta de valor inferior al que asumiría si el flujo de entrehierro pudiera permanecer constante. El valor inicial subtransitorio $I''_d(o)$

de la corriente alterna o simétrica puede ser obtenido de los oscilogramas de las corrientes de inducido, como se ha indicado en el paragrafo 1.2.4.-

El parámetro que se obtiene refiriendo el valor eficaz $I''_d(o)$ al de la tensión de funcionamiento en vacío E_o es una impedancia funcional. Su valor es esencialmente inductivo, porque la resistencia de fase de inducido es despreciable: coincide en efecto con el valor de la reactancia subtransitoria directa y, por lo expuesto, es inferior al valor de la reactancia transitoria directa pero superior a la de dispersión directa de inducido:

$$[6] \quad X''_d = \frac{E_o}{I''_d(o)}$$

.///.

./../.

- Reactancia subtransitoria directa.

La reactancia subtransitoria directa X_d' es aquella que una máquina sincrónica presenta cuando se aplica una terna de tensiones de secuencia positiva, a la frecuencia nominal; cuando la distribución del flujo debida a dicha terna de tensiones es simétrica respecto al eje directo. Dicha reactancia corresponde totalmente al flujo de dispersión del arrollamiento del inducido y al flujo del conjunto de todos los circuitos del rotor según el eje directo. Estos últimos comprenden, además, del arrollamiento inductor y el eventual arrollamiento amortiguador, todos los otros circuitos que son sede de corrientes inducidas, y que actúan simétricamente al eje directo.-

El valor de la reactancia subtransitoria directa difiere poco de la reactancia de dispersión depende del grado de saturación de la máquina y es necesario por lo tanto especificar el valor de la tensión inmediatamente antes del cortocircuito.-

1.2.7 - Constantes de tiempo de funcionamiento en vacío y en cortocircuito.-

La ley de variación de las tensiones de fase del inducido de una máquina sincrónica después de haber removido de sus terminales un cortocircuito trifásico mientras la máquina funciona a la velocidad nominal con el circuito inductor excitado, puede ser descompuesta en dos funciones exponenciales.

La componente que tiene el decremento más lento es denominada transitoria; la constante de tiempo correspondiente T'_{do} es denominada transitoria en vacío según el eje directo.

La componente que tiene el decremento más rápido, se extingue simultáneamente con las corrientes inducidas en las espiras de amortiguamiento y en los circuitos similares rotóricos al anularse la corriente en el circuito de inducido. La componente se denomina subtransitoria y la constante de tiempo T''_{do} a ella correspondiente, subtransitoria en vacío según el eje directo.-

Para las máquinas sin espiras de amortiguamiento y circuitos similares rotóricos la función de la tensión de fase del inducido presenta una sola componente exponencial: la transitoria,

La constante de tiempo transitoria en vacío de estas máquinas depende de los parámetros del circuito inductor, como si este fuese el único circuito existente en la máquina (ningún otro circuito es recorrido por corriente). Por lo tanto resulta:

$$[7] \quad T'_{do} = \frac{L_{ecc}}{R_{ecc}}$$

./../.

.///.

En la nota III del paragrafo 1.2.5. se ha demostrado que pasando del funcionamiento en vacío al cortocircuito, el valor de la inductancia de excitación se reduce y resulta (X_d'/X_d) veces el valor

que le correspondía al funcionamiento en vacío. Por lo tanto la constante de tiempo T_d' , introducida en la relación (2), es directamente proporcional al valor asumido por la inductancia del circuito inductor en el instante en que se establece el cortocircuito, y resulta proporcional al valor de la constante de tiempo transitoria en vacío.-

$$[8] \quad T_d' = \left(\frac{X_d'}{X_d} \right) T_{d0}'$$

Las relaciones que se han obtenido para las máquinas sin espiras de amortiguamiento y sin circuitos similares rotóricos valen también para las máquinas en las cuales estos circuitos existen y son eficientes, siempre que sean referidas a la constante de tiempo de la componente simétrica transitoria respecto a la correspondiente constante de tiempo transitoria en vacío.-

La constante de tiempo T_d' así calculada, es aplicable cuando el cortocircuito se establece en los terminales de las máquinas. Los circuitos externos quedan excluidos y las resistencias de los circuitos de fase del inducido son de valor tan pequeño que no limitan sensiblemente el valor inicial transitorio de la corriente simétrica de cortocircuito. Esta última condición implica que la relación entre la reactancia sincrónica y la transitoria, sea igual a la relación entre el valor inicial transitorio de la corriente de cortocircuito simétrica y el valor que dicha corriente asumiría si no existiesen fenómenos transitorios:

$$[9] \quad \left(\frac{X_d'}{X_d} \right) = \left(\frac{I_{d(0)'}}{I_d} \right)$$

Estas consideraciones pueden ser extendidas a las componentes subtransitorias de las funciones según las cuales varían las magnitudes de inducido tanto en los funcionamientos en vacío, como en cortocircuito de las máquinas para las cuales los fenómenos subtransitorios no son despreciables.-

La constante de tiempo subtransitoria en vacío T_{d0}'' , en estos casos depende de los valores asumidos por los parámetros de los circuitos auxiliares rotóricos simétricos al eje directo cuando interactúan con el circuito inductor. El valor de dicha constante de tiempo puede servir para determinar también la constante de tiempo T_d''

de la componente simétrica subtransitoria de la corriente de cortocircuito (5). Se llega a una relación formalmente correspondiente a la de la constante de tiempo transitoria (8). Y precisamente:

$$[10] \quad T_d'' = \left(\frac{X_d''}{X_d'} \right) T_{d0}''$$

.///.

En efecto la relación (X'_d/X''_d) es igual a la existente entre el valor inicial de la componente simétrica de la corriente de cortocircuito y el que ésta corriente alcanzaría si no existiesen los fenómenos subtransitorios:

$$[11] \quad \left(\frac{\dot{X}'_d}{\dot{X}''_d} \right) = \left(\frac{I''_{d0}}{I'_{d0}} \right)$$

Los conductores de las espiras amortiguadoras tienen sección muy inferior a los conductores del arrollamiento inductor. Por lo tanto las constantes de tiempo subtransitorias en vacío y en cortocircuito resultan mucho menores de las correspondientes constantes transitorias.-

Los otros circuitos rotóricos, como aquellos que se forman en las expansiones polares de las máquinas anisótropas, en las partes metálicas no suficientemente laminadas, tienen constantes de tiempo aún mas pequeñas. Con referencia a las máquinas de construcción normal, la constante de tiempo subtransitoria en vacío es del orden de las centésimas de segundo, mientras que la transitoria en vacío directa es del orden del segundo.-

1.2.8 - Corrientes alternas o simétricas de las tres fases del inducido.-

Examinando las corrientes alternas o simétricas de las tres fases del inducido representadas en los oscilogramas de las figuras 2, se advierte que tienen valores eficaces iguales y valores instantáneos desfasados de 120° eléctricos una de otra. Los valores eficaces se obtienen de las componentes permanente, transitoria y subtransitoria y satisfacen la relación:

$$[12] \quad \begin{aligned} I &= (I''_{d(0)} - I'_{d(0)}) e^{-t/T''_d} + (I'_{d(0)} - I_d) e^{-t/T'_d} + I_d = \\ &= \left(\frac{E_0}{X''_d} - \frac{E_c}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} + \left(\frac{E_0}{X'_d} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \frac{E_\delta}{X_d} \end{aligned}$$

Los valores instantáneos, referidos a un instante genérico de inicio del funcionamiento en cortocircuito, se expresan en cambio con las relaciones:

$$[13a] \quad i_a = \sqrt{2} I \sin(\omega t + \psi - \varphi) = -\sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi)$$

$$[13b] \quad i_b = \sqrt{2} I \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$[13c] \quad i_c = \sqrt{2} I \sin\left(\omega t + \psi - \varphi + \frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right)$$

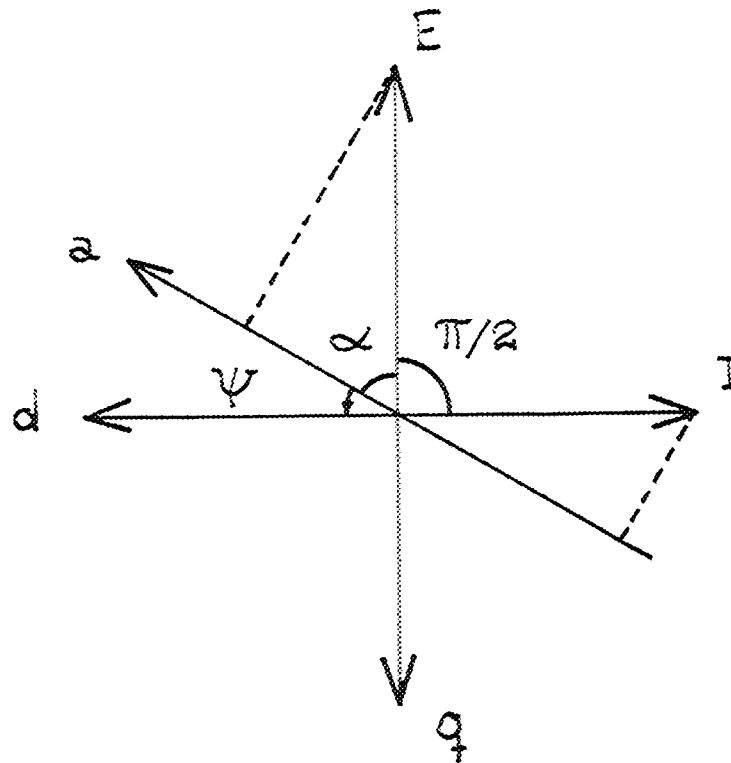
NOTA : las relaciones 13a, 13b, 13c, se aplican a casos en los cuales el cero de la tensión (fase a) en base al cual se mide el ángulo ψ esta comprendido entre valores crecientes de dicha función.
Si se desplazara el origen de referencia de π radianes en retardo las relaciones indicadas tendrían signo contrario.

$$e(0) = \hat{E} \cos \alpha = E \sin \psi$$

$$e(t) = \hat{E} \sin (\omega t + \psi)$$

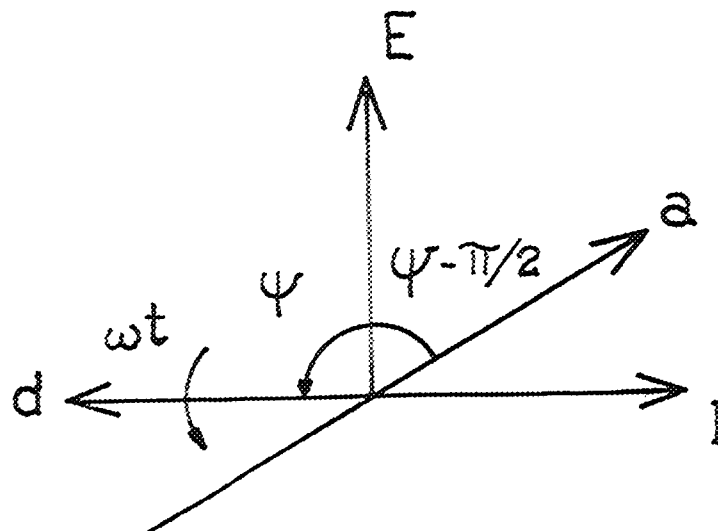
$$i(t) = \hat{I} \sin (\omega t + \psi - \pi/2)$$

$$= -\hat{I} \cos (\omega t + \psi)$$



$$e(t) = \hat{E} \cos (\omega t + \psi - \pi/2) = \hat{E} \sin (\omega t + \psi)$$

$$i(t) = \hat{I} \sin (\omega t + \psi - \varphi) = -\hat{I} \cos (\omega t + \psi)$$



.///.

A los símbolos introducidos en las relaciones (13a), (13b), (13c) se atribuyen los siguientes significados:

- I = valor eficaz de la corriente;
- i = valor instantáneo de la corriente;
- E_0 = valor eficaz de la tensión fase-neutro en los terminales de la máquina en el funcionamiento en vacío;
- E_δ = valor eficaz de la tensión fase-neutro que corresponde a la fuerza magneto-motriz de excitación sobre la extrapolación del tramo recto de la característica de vacío;
- t = instante genérico;
- $\omega = 2\pi f$ pulsación fundamental de la tensión en vacío;
- ψ = ángulo entre el instante en el cual la tensión asume el valor cero en la fase a, y el instante en que se establece el cortocircuito;
- φ = ángulo de fase de la corriente respecto de la tensión. Generalmente la resistencia del circuito de inducido es despreciable respecto a las reactancias directas; por lo tanto el ángulo φ puede ser considerado igual a 90° eléctricos.

Los módulos de los valores iniciales de las corrientes simétricas en las tres fases resultan:

$$[14a] \quad I_{a(0)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi$$

$$[14b] \quad I_{b(0)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$[14c] \quad I_{c(0)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right)$$

De las relaciones (14) se observa

para $\psi = \frac{\pi}{2}$ el cortocircuito se establece en el instante en que el eje magnético de una de las fases de inducido

.///.

.///.

coincide con el eje de la zona interpolar; la corriente simétrica en esta fase tiene valor inicial nulo;

para $\psi = 0$ el cortocircuito se establece en el instante en que el eje magnético de una de las fases de inducido coincide con el eje polar; la corriente simétrica en esta fase tiene valor inicial máximo;

para ψ cualquiera: las corrientes simétricas iniciales en dos de las tres fases tienen valores distintos de cero.

1.2.9 - Corrientes unidireccionales de las tres fases del inducido.

Los valores iniciales que asumen las corrientes alternas o simétricas en las tres fases del inducido dependen del instante en que se manifiesta el cortocircuito en los bornes de la máquina. Estas corrientes en por lo menos dos fases y mas generalmente en las tres asumen en el primer instante valores finitos distintos de cero.

Pero los circuitos de las tres fases son inductivos y las corrientes que circulan en ellas a causa del cortocircuito no pueden asumir instantaneamente valores distintos de cero. Por lo tanto en cada fase del circuito de inducido se superpone a la corriente alterna (cuyas componentes permanente, transitoria y subtransitoria han sido examinadas respectivamente en los paragrafos 1.2.4, 1.2.5, 1.2.6) una corriente unidireccional. Los valores iniciales de ambas corrientes deben ser iguales y de signo contrario. Los oscilogramas de la fig. 2 permiten controlar la existencia de las corrientes antes descriptas.-

Los modulos de los valores que las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido asumen en el instante inicial resultan:

$$[15a] \quad I_{dc(a)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi$$

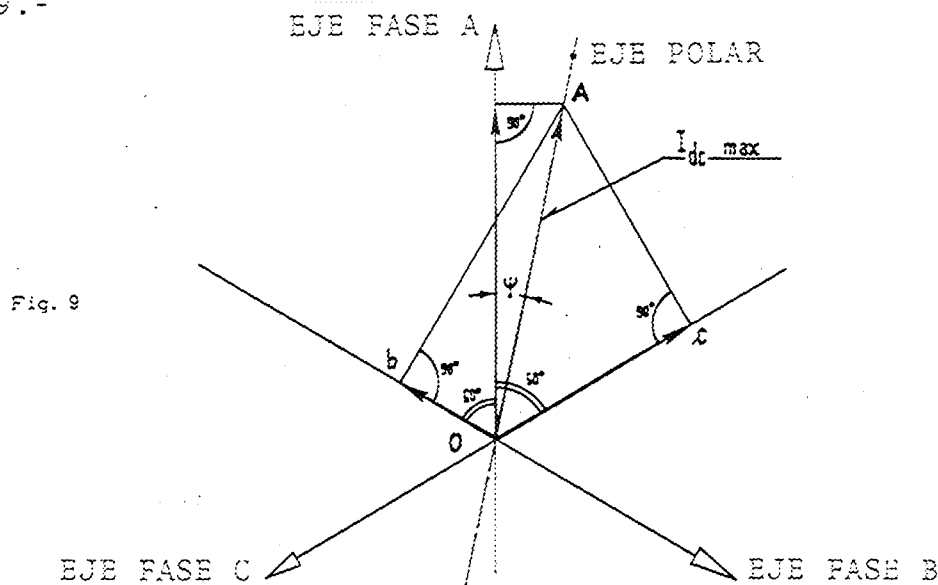
$$[15b] \quad I_{dc(b)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$[15c] \quad I_{dc(c)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right)$$

.///.

Si el cortocircuito se establece en bornes de la máquina cuando el eje magnético de una de las fases coincide con los ejes de los polos, la tensión de esa fase es de valor nulo y la corriente unidireccional es de valor máximo.-

Una vez que se han obtenido los tres valores iniciales de las corrientes unidireccionales con un registro oscilográfico, la determinación del ángulo ψ que define el instante de establecimiento del cortocircuito y el valor máximo que podría ser alcanzado por la corriente unidireccional en una de las tres fases puede ser realizado con la construcción indicada en fig. 9.-



Sobre tres semirectas c,a,b, cuyas direcciones están dispuestas a 60° una con respecto a otra y con un extremo común O, se llevan los tres segmentos de longitud proporcional a las corrientes unidireccionales teniendo cuidado de disponer el segmento más largo sobre la semirecta "a" comprendida entre las otras dos. Las perpendiculares llevadas a partir de los extremos de los tres segmentos se encuentran en un punto A, que unido con el punto común a las tres semirectas O individualiza la dirección del eje de los polos.-

El ángulo entre el eje polar y la semirecta "a" es igual al ángulo ψ mientras la longitud del segmento que se obtiene uniendo el punto A con el punto O, coincide con el valor máximo alcanzable por una de las corrientes unidireccionales.-

La construcción interpreta la dependencia que existe entre los valores de las tres corrientes unidireccionales. Cuando el eje magnético de la fase "a" coincide con el eje de los polos, la corriente unidireccional de la fase "a" es de valor máximo, mientras las corrientes unidireccionales de las otras dos fases son de valor igual a la mitad del máximo y de signo contrario.-

Las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido decrecen exponencialmente hasta anularse.-

La constante de tiempo de estas funciones es la propia del circuito de una fase de inducido T_a .-

Los valores instantaneos de las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido resultan:

.///.

$$[16a] \quad i_{dc(a)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi e^{-t/T_a}$$

$$[16b] \quad i_{dc(b)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right) e^{-t/T_a}$$

$$[16c] \quad i_{dc(c)} = \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right) e^{-t/T_a}$$

1.2.10- Constante de tiempo del circuito de una fase del inducido.-

La constante de tiempo T_a de las corriente unidireccionales de las tres fases del inducido, causadas por un cortocircuito trifásico en los terminales de una máquina que funciona a su velocidad nominal, es el tiempo necesario para reducir los valores al $0,368=1-1/e$ de su valor inicial. Durante los funcionamientos en cortocircuito tomados en examen, la inductancia de una fase del circuito de inducido asume valores distintos según la posición del eje magnético de la fase respecto del eje polar.-

La reactancia a la secuencia negativa X_2 es igual a un valor medio. Su determinación requiere el exámen de los valores que la reactancia puede asumir en el instante de establecimiento del cortocircuito, si se hace variar la posición del eje magnético de la fase tomada en consideración respecto al eje de los polos.-

Entonces para el cálculo de la constante de tiempo T_a se debe recurrir a la inductancia $L_2 = X_2/2\pi f$ y a la resistencia del

circuito de una fase de inducido R_a . En consecuencia la constante de tiempo del circuito de una fase de inducido resulta:

$$[17] \quad T_a = \frac{X_2}{2\pi f R_a}$$

1.2.11 - Valores totales o asimétricos de las corrientes de cortocircuito de las tres fases de inducido.-

Componiendo para cada una de las tres fases del inducido las corrientes alternas o asimétricas 1.2.8 con las corrientes unidireccionales 1.2.9 se obtienen los valores instantáneos de las corrientes totales (asimétricas) y precisamente:

$$[18a] \quad i_a = \sqrt{2} \cos \psi \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a} - \sqrt{2} \cos(\omega t + \psi) \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right]$$

$$[18b] \quad i_b = \sqrt{2} \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right) \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a} - \sqrt{2} \cos \left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3} \right) \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right]$$

$$i_c = \left[\sqrt{2} \cos \left(\psi + \frac{2\pi}{3} \right) \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a} \right. \\ \left. - \sqrt{2} \cos \left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3} \right) \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right] \right] \quad [18c]$$

Debe recordarse que si se cambia la referencia de ψ cambiarán los signos, como se ha indicado en la última NOTA citada.

El valor eficaz de las corrientes totales (asimétricas) varía instante por instante y se determina con la relación:

$$I_{asim} = \sqrt{I^2 + I_{dc}^2} \quad [19]$$

donde:

I = valor eficaz de la corriente alterna de una fase del inducido en el instante en consideración;

I_{dc} = valor de la corriente unidireccional de una fase del inducido en el instante en consideración.-

1.3 - FALLA TRIFASICA EN UN PUNTO DE LA RED CONECTADA A UNA MAQUINA QUE FUNCIONA EN VACIO.

1.3.1. - Efectos de la impedancia de los circuitos externos a la máquina.-

La impedancia del circuito externo comprendida entre los terminales de una máquina sincrónica y el punto de falla, influye sobre los valores iniciales y sobre la evolución de las corrientes de cortocircuito. En el caso que sea lícito despreciar, como es en la práctica, el valor de la resistencia del circuito externo respecto de la reactancia, los efectos de esta se traducen solamente en un incremento de los valores de los parámetros del circuito de inducido.-

Las magnitudes de las cuales dependen los valores instantáneos de las corrientes alternas (simétricas) y de las corrientes unidireccionales resultan:

$$1) I_{d(0)}'' = \frac{E_0}{(X_d'' + X_{est})} \quad \text{valor eficaz inicial subtransitorio}$$

$$2) I_{d(0)}' = \frac{E_0}{(X_d' + X_{est})} \quad \text{valor eficaz inicial transitorio}$$

$$3) I_d = \frac{E_\delta}{(X_d + X_{est})} \quad \text{valor eficaz permanente}$$

$$4) T_d'' = T_{d(0)}'' \frac{(X_d'' + X_{est})}{(X_d' + X_{est})} \quad \text{constante de tiempo de la componente alterna subtransitoria.}$$

.///.

- 5) $T_d' = T_{d(0)}' \frac{(X_d' + X_{est})}{(X_d + X_{est})}$ constante de tiempo de la componente alterna transitoria.
- 6) $I_{dc(0)} = \sqrt{2} I_{d(0)}'$ valor inicial de la corriente unidireccional
- 7) $T_a = \frac{(X_2 + X_{est})}{2\pi f(R_a + R_{est})}$ constante de tiempo de la corriente unidireccional.-

En estas relaciones, como en las precedentes, se ha indicado con E_0 el valor eficaz de la tensión fase-neutro en los terminales de la máquina durante el funcionamiento en vacío antes de establecerse del cortocircuito y con E_g el valor de la tensión fase-neutro, que corresponde sobre la característica rectilínea de funcionamiento en vacío a la fuerza magneto-motriz de excitación.-

La constante de tiempo de la corriente unidireccional debe ser determinada tomando en consideración la reactancia y la resistencia del circuito externo. En los casos en que los valores de la resistencia del circuito externo a una máquina sean tales que limitan sensiblemente el valor inicial de la corriente alterna (como puede por ejemplo producirse cuando las fallas no son francas e introducen en el circuito externo resistencias de contacto y de arco) el método presentado en este parágrafo no es más aplicable. En el parágrafo 1.6 se ha presentado y discutido en detalle un método de cálculo correcto también para estos casos.-

1.4 - FALLA TRIFASICA EN LOS BORNES DE UNA MAQUINA FUNCIONANDO EN CARGA.

1.4.1 - Generalidades.

Cuando una máquina funciona en carga el flujo total de inductor y el flujo útil de entrehierro difieren entre si en amplitud y en fase, mientras que el flujo de reacción de inducido, que afecta al hierro rotórico, se concatena solo en parte con el circuito inductor.-

El flujo en el hierro rotórico con disposición simétrica respecto al eje directo o de los polos, es generado por la fuerza magneto-motriz de excitación y por la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido longitudinal. El flujo de inductor y parte del flujo longitudinal de reacción se concatenan con el circuito inductor, con las eventuales espiras de amortiguamiento y con los circuitos similares rotóricos que actúan según el eje directo.-

El flujo en el hierro rotórico con disposición simétrica al eje en cuadratura es generado solo por la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido transversal y concatena las espiras de amortiguamiento y los circuitos similares rotóricos que actúan según el eje en cuadratura y no concatena el circuito inductor.-

Por lo que se refiere a las espiras de amortiguamiento, es necesario tener presente que según el eje directo o de los polos actúan tantos circuitos auxiliares cuantos son los pares de barras amortiguadoras de un mismo polo, y según el eje en cuadratura o eje inter-polar actúan circuitos auxiliares constituidos por pares de barras de dos semipolos contiguos. El número de los circuitos auxiliares

.///.

que actúan según el eje directo, es igual por lo expuesto al número de circuitos auxiliares, que actúan según el eje en cuadratura.-

Cuando se establece un cortocircuito entre los terminales de una máquina que funciona en carga, la corriente de inducido experimenta variaciones en amplitud y en fase. Durante los primeros instantes el flujo en el hierro rotórico tiende a mantener el valor y la distribución que tenía antes de la falla. Esto porque a la variación de la fuerza magneto-motriz de reacción de inducido se oponen las corrientes inducidas en el circuito de excitación, en los arrollamientos amortiguadores y circuitos similares rotóricos.-

En cambio en la fase subtransitoria del fenómeno, al atenuarse las corrientes inducidas en circuitos cerrados que existen o se han formado a lo largo de la periferia se extingue el flujo simétrico al eje en cuadratura según las constantes de tiempo de los circuitos correspondientes y varía la parte de flujo simétrico al eje directo que no está concatenado con el circuito de excitación.-

En la fase transitoria del fenómeno con el atenuarse de las corrientes inducidas en el circuito de excitación, varía el flujo simétrico al eje directo que penetra en el hierro concatenándose con el circuito de excitación. La ley de variación depende de la constante de tiempo del circuito de excitación inherente al funcionamiento en cortocircuito.-

Para examinar los fenómenos que se suceden en la máquina durante dicho funcionamiento, se pueden descomponer las fuerzas magneto-motrices, los flujos y las corrientes del inducido según el eje directo y según el eje en cuadratura y analizar independientemente la variación en el tiempo de cada componente.-

Las componentes según el eje directo y el eje en cuadratura de las corrientes de inducido, serán estudiadas en particular en los parágrafos siguientes. Serán considerados los valores y las variaciones de las corrientes alternas o simétricas, separándolas de las corrientes unidireccionales, y se obtendrán los valores instantáneos de las corrientes totales a través de la composición de las corrientes totales correspondientes a cada uno de los dos ejes.-

Este método generalmente se denomina de las dos reacciones. Para aplicarlo es necesario definir los valores de las magnitudes y los parámetros funcionales de las máquinas según el eje directo o de los polos, y según el eje en cuadratura.

1.4.2 - Valores iniciales de las componentes según el eje directo de las tensiones internas y de las corrientes de cortocircuito simétricas.-

El flujo total de una máquina que funciona en carga, concatenado con el circuito inductor, puede ser estudiado examinando separadamente dos condiciones ficticias, una en vacío y la otra en cortocircuito, y aplicando después el principio de la superposición de los efectos.-

.////.

.///.

En el funcionamiento en vacío, la tensión en los terminales de la máquina debe tener el mismo valor que la componente según el eje directo de la tensión en carga.-

En el funcionamiento en cortocircuito, la corriente de inducido debe tener la misma intensidad que la componente según el eje directo de la corriente de carga.-

El flujo total concatenado con el circuito inductor, cuando una máquina funciona en vacío, varía con la tensión de inducido.- Si se desprecian los efectos de la saturación, el valor en régimen varía linealmente.-

Por lo tanto si se indica con:

ϕ_0 el valor del flujo total concatenado con el circuito inductor, cuando la máquina funciona en vacío a la tensión nominal, E_n ;

U_d el valor de la componente según el eje directo de la tensión en carga, U ;

el flujo total concatenado con el circuito inductor en el funcionamiento en vacío a la tensión U_d resulta igual a:

$$[1] \quad \phi_0 \frac{U_d}{E_n} = \phi_0 U_d$$

Cuando una máquina pasa del funcionamiento en vacío al funcionamiento cortocircuito, el flujo total concatenado con el circuito inductor no sufre variaciones. En efecto en el circuito inductor se induce una corriente unidireccional que se opone a la acción desmagnetizante que ejercen las componentes según el eje directo de las corrientes alternas de inducido. Los valores de éstas y de las corrientes del inductor son proporcionales entre sí y al flujo total preexistente al cortocircuito. En efecto en el instante en que se establece la falla, este flujo depende de las fuerzas magneto-motrices producidas por las corrientes en los circuitos de inducido y del inductor.-

Analizamos dos condiciones de funcionamiento en cortocircuito de una máquina sin espiras de amortiguamiento y sin circuitos similares rotóricos.

Supongamos que ambas sucedan al funcionamiento en vacío, pero con tensiones de valor diferente y una de estas tensiones sea igual a la nominal E_n .

Supongamos ahora que sean: $\phi_0, \phi_1(0), I'_{0d}(0), I'_{1d}(0)$ los valores iniciales de los flujos concatenados con el circuito inductor y las corrientes alternas directas del inducido en las dos condiciones en examen. Entre los flujos y las corrientes que se corresponden subsiste la relación:

.///.

.///.

$$[2] \quad \frac{\phi_0}{I'_{0d}(0)} = \frac{\phi_1}{I'_{1d}(0)}$$

de la cual siendo $I'_{0d}(0) = E_n / X'_d$ se obtiene

$$[3] \quad \phi_1 = \phi_0 \frac{X'_d I'_{1d}(0)}{E_n}$$

La relación (3), que ha sido obtenida considerando flujos y corrientes correspondientes al instante en que se establece en los terminales de una máquina una falla trifásica, es aplicable a todos los funcionamientos en cortocircuito, con tal que la corriente en el circuito inductor sea de valor suficiente para compensar la fuerza magneto-motriz longitudinal de reacción de armadura.-

Las dos condiciones son satisfechas también en el funcionamiento ficticio en cortocircuito examinado en este párrafo. Por lo tanto si I_{1d} es la componente directa de la corriente de inducido, el flujo concatenado con el circuito inductor debe ser igual a:

$$[4] \quad \phi_0 \frac{X'_d I_{1d}}{E_n}$$

Sumando los valores de los flujos totales correspondientes al funcionamiento en vacío y en cortocircuito que se han estudiado, de las relaciones (1), (4) se obtiene la siguiente:

$$[5] \quad \phi = \phi_0 \frac{U_d}{E_n} + \phi_0 \frac{X'_d I_{1d}}{E_n}$$

que sirve para evaluar el flujo total concatenado con el circuito inductor de una máquina, cuando entrega la corriente de intensidad I_1 a la tensión U .

La relación entre los flujos ϕ y ϕ_0 , por las consideraciones de las que se ha obtenido la relación (2), es también igual a la relación entre los dos valores iniciales de las corrientes alternas directas, que circularían en el inducido de la máquina, si antes del cortocircuito ella funcionase en carga o bien en vacío.

Por lo tanto se puede escribir la proporción:

$$[6] \quad \phi : \phi_0 = I'_{d(0)} : \frac{E_n}{X'_d}$$

.///.

.///.

de la que se obtiene:

$$i'_{d(0)} = \frac{\phi}{\phi_0} \frac{E_n}{X'_d}$$

De la relación (5) la relación entre los flujos ϕ y ϕ_0 resulta igual a:

$$(7) \quad \frac{\phi}{\phi_0} = \frac{U_d + X'_d i_{ld}}{E_n} = \dot{U}_d + \dot{X}'_d i_{ld}$$

y por lo tanto resulta:

$$(8) \quad i'_{d(0)} = \frac{U_d + X'_d i_{ld}}{X'_d} = \frac{\dot{U}_d + \dot{X}'_d i_{ld}}{\dot{X}'_d} I_n$$

La relación (7) permite considerar el valor relativo del flujo $\phi = \phi/\phi_0$ como una fuerza electromotriz interna, que normalmente es denominada: tensión interna transitoria directa

$$(9) \quad \dot{E}'_d = \dot{U}_d + \dot{X}'_d i_{ld} = \dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i_{ld} = \dot{E}_{c\delta} - \frac{\dot{X}_{ad} i_{ld}}{1 + \psi_{di}}$$

El valor inicial transitorio de la corriente alterna directa de inducido por lo tanto resulta:

$$(10) \quad i'_{d(0)} = \frac{\dot{E}'_d}{\dot{X}'_d} I_n$$

Los análisis y las relaciones son válidas también para las máquinas con espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotóricos, con tal que estén referidos a los valores iniciales transitorios de la corriente alterna directa de inducido y la correspondiente tensión interna.

En este tipo de máquinas el valor inicial de la corriente alterna directa de inducido es superior al valor transitorio y puede ser calculado siguiendo un procedimiento análogo al que se ha descrito en el presente paragrafo. Así los valores iniciales subtransitorios directos de la tensión interna y de la corriente alterna de inducido resultan expresados por relaciones formalmente correspondientes a aquellas que se han obtenido para los correspondientes valores transitorios. Y precisamente:

$$(11) \quad \dot{E}''_d = \dot{U}_d + \dot{X}''_d i_{ld} = \dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}''_d) i_{ld} = \dot{E}'_d - (\dot{X}'_d - \dot{X}''_d) i_{ld}$$

$$(12) \quad i''_{d(0)} = \frac{\dot{E}''_d}{\dot{X}''_d} \quad i'_{d(0)} = \frac{\dot{E}'_d - (\dot{X}'_d - \dot{X}''_d) i_{ld}}{\dot{X}'_d} I_n$$

.///.

.///.

NOTA IV

Con referencia a las relaciones (7) y (9), el flujo total concatenado con el circuito inductor en una máquina que alimenta la carga I_1 a la tensión U resulta igual a:

$$[13] \quad \phi = \phi_0(\dot{U}_d + \dot{X}'_d i_{ld}) = \phi_0[\dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i_{ld}]$$

El primer término de la relación (13) corresponde al valor que asumiría el flujo total concatenado con el circuito inductor, si la máquina funcionara en vacío y fuese excitada con una corriente de intensidad igual a la de funcionamiento en carga.

El segundo término de la relación (13) corresponde al valor que asumiría el flujo total concatenado con el circuito inductor, si la máquina funcionara con el circuito de excitación en cortocircuito y el circuito de inducido fuera recorrido por la corriente de carga I_1 .

Cuando entre los terminales de una máquina que funciona en carga se establece un cortocircuito trifásico, la componente según el eje directo de la corriente alterna de inducido varía instantáneamente.

Si se desprecian los fenómenos subtransitorios, esta variación es igual a:

$$\Delta i_d = i'_{d(0)} - i_{ld}$$

Esta a su vez causa una variación de la componente según el eje directo de la fuerza magneto-motriz y del flujo de reacción de inducido. En base a la relación (13) y a las consideraciones, hechas para asignarle un significado físico, el flujo de reacción de inducido, dispuesto simétricamente al eje directo y referido al inductor, pasa del valor

$$\phi_0(\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i_{ld}$$

al valor:

$$\phi_0(\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i'_{d(0)}$$

.///.

.///.

Esta variación tiende a modificar el flujo total concatenado con el circuito de inductor. En el instante inicial del cortocircuito, por el principio de conservación del flujo concatenado con un circuito cerrado, el flujo inductor aumenta en el mismo valor en que ha aumentado el flujo de reacción de armadura simétrica al eje directo. Por lo tanto el flujo total producido por la fuerza magneto-motriz del inductor resulta igual a:

$$[14] \quad \phi + \Delta\phi = \phi_0 [\dot{E}_{c\delta} + (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{I}'_{d(0)} - \dot{I}_{ld})]$$

Haciendo la relación entre el flujo total $\phi + \Delta\phi$ y el flujo ϕ_0 se obtiene el valor relativo de una fuerza electro-motriz y precisamente de una tensión interna sincrónica directa:

$$[15] \quad \frac{\phi + \Delta\phi}{\phi_0} = \dot{E}_{c\delta} + (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{I}'_{d(0)} - \dot{I}_{ld})$$

Los valores de las tensiones internas sincrónicas y la intensidad de las corrientes alternas de inducido son proporcionales entre sí en el funcionamiento en cortocircuito. El parámetro funcional para las magnitudes según el eje directo es la reactancia sincrónica directa. Por lo tanto se puede escribir la igualdad:

$$[16] \quad \dot{X}_d \dot{I}'_{d(0)} = \dot{E}_{c\delta} + (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{I}'_{d(0)} - \dot{I}_{ld})$$

Despejando $\dot{I}'_{d(0)}$ se logran expresiones iguales a las relaciones (8) y (10), que han sido halladas en base a otras consideraciones físicas y precisamente resulta:

$$\dot{I}'_{d(0)} = \frac{\dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d)\dot{I}_{ld}}{\dot{X}'_d} = \frac{\dot{U}_d + \dot{X}'_d \dot{I}_{ld}}{\dot{X}'_d}$$

1.4.3 - Valores iniciales según el eje en cuadratura de las tensiones internas y de las corrientes de cortocircuito simétricas.-

En las máquinas sincrónicas de construcción normal no existen arrollamientos inductores dispuestos simétricamente a los ejes interpolares.-

Cuando en el funcionamiento en carga, se ha alcanzado el régimen la componente de la tensión en bornes según el eje en cuadratura depende solamente del flujo de la corriente de inducido:

.///.

.///.

[17]

$$U_q = X_q I_{lq}$$

El parámetro X_q es la reactancia sincrónica en cuadratura.-

- Reactancia sincrónica en cuadratura es aquella que una máquina sincrónica presenta respecto de una terna de tensiones de secuencia positiva, en régimen permanente, a frecuencia nominal, en el caso en que la distribución del flujo debida a dicha terna de tensiones sea simétrica respecto del eje en cuadratura. Dicha reactancia corresponde al flujo de la corriente de inducido que actúa sola, o sea a máquina desexcitada, y en las condiciones anteriormente especificadas.-

El valor de esta reactancia depende en realidad del grado de saturación de la máquina, pero se considera convencionalmente y es de interés práctico solo el valor en ausencia de saturación.-

Cuando en las máquinas con espiras de amortiguamiento o circuitos similares rotóricos se establece entre los terminales de inducido una falla trifásica, la componente según el eje en cuadratura de la corriente alterna de inducido sufre una variación. Por el contrario el flujo distribuido simétricamente al eje en cuadratura no puede variar, ya que en los circuitos cerrados del rotor se inducen corrientes que tienden a oponerse a la variación del flujo por ellos concatenados.-

Si se aplica al inducido de una de estas máquinas una terna de tensiones a la secuencia positiva y a la frecuencia nominal (cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje en cuadratura) la reactancia presentada inicialmente es de valor distinto a la reactancia sincrónica en cuadratura, siendo este último el valor alcanzado a régimen.-

- Reactancia subtransitoria en cuadratura es aquella que una máquina sincrónica presenta en el caso en que se aplica una terna de tensiones a la secuencia positiva y a frecuencia nominal, cuando la distribución del flujo debido a dicha terna de tensiones es simétrica respecto del eje en cuadratura. Dicha reactancia corresponde globalmente a la dispersión del arrollamiento de inducido y el conjunto de todos los circuitos del rotor según el eje en cuadratura, referida esta última dispersión, al inducido. Los circuitos del rotor según el eje en cuadratura comprenden además del eventual circuito amortiguador, todos los otros circuitos sede de corrientes inducidas.-

Agotados los fenómenos subtransitorios, o prescindiendo de ellos, el valor de la reactancia en cuadratura resulta igual al de la correspondiente sincrónica.-

.///.

.///.

Indiquemos con I_{lq} y $I''_{q(0)}$ los valores que las componentes según el eje en cuadratura de las corrientes alternas de inducido tienen en el instante en que una máquina pasa del funcionamiento en carga al cortocircuito. La variación repentina del flujo de reacción de inducido dispuesto simétricamente al eje en cuadratura, es en valor relativo igual a:

$$[18] \quad (\dot{X}_q - \dot{X}''_q) (\dot{I}''_{q(0)} - \dot{I}_{lq})$$

La relación (18) expresa también el valor relativo del flujo producido por la fuerza magneto-motriz de las corrientes unidireccionales que son inducidas en las espiras de amortiguamiento en cuadratura y en los circuitos similares rotóricos. Este flujo es a su vez proporcional al valor de la tensión interna sincrónica, que mantendría la componente en cuadratura de la tensión de inducido, si las corrientes en las espiras de amortiguamiento no sufrieran variaciones. El valor relativo de dicha tensión está dado por una relación que es igual a la (18) :

$$[19] \quad (\dot{X}_q - \dot{X}''_q) (\dot{I}''_{q(0)} - \dot{I}_{lq})$$

Las tensiones internas sincrónicas y las corrientes alternas de inducido en funcionamiento en cortocircuito son proporcionales entre sí. El parámetro funcional es la reactancia sincrónica según el eje en cuadratura. Por lo tanto se puede escribir la igualdad:

$$[20] \quad \dot{X}_q \dot{I}''_{q(0)} = (\dot{X}_q - \dot{X}''_q) (\dot{I}''_{q(0)} - \dot{I}_{lq})$$

Despejando $\dot{I}''_{q(0)}$ resulta:

$$[21] \quad \dot{I}''_{q(0)} = \frac{(\dot{X}_q - \dot{X}''_q) \dot{I}_{lq}}{\dot{X}''_q}$$

Si denominamos la fuerza electro-motriz que aparece en el numerador de la relación (21) tensión interna subtransitoria en cuadratura $\dot{E}''_q$, se obtienen las siguientes expresiones:

$$[22] \quad \dot{E}''_q = (\dot{X}_q - \dot{X}''_q) \dot{I}_{lq}$$

$$[23] \quad \dot{I}''_{q(0)} = \frac{\dot{E}''_q}{\dot{X}''_q} \quad ; \quad \dot{I}''_{q(0)} = \frac{\dot{E}''_q}{\dot{X}''_q} I_n$$

.///.

.///.

1.4.4 - Componente alterna permanente.

Es la única componente a la que se reduce la corriente de cortocircuito en las tres fases del inducido cuando se han extinguido los fenómenos transitorios. El valor eficaz de esta componente se estima en función de la fuerza magneto-motriz de excitación aplicada a la máquina antes del cortocircuito, con la relación entre el valor eficaz de la tensión interna sincrónica y la reactancia sincrónica según el eje directo. Si en la determinación del valor de la ten-

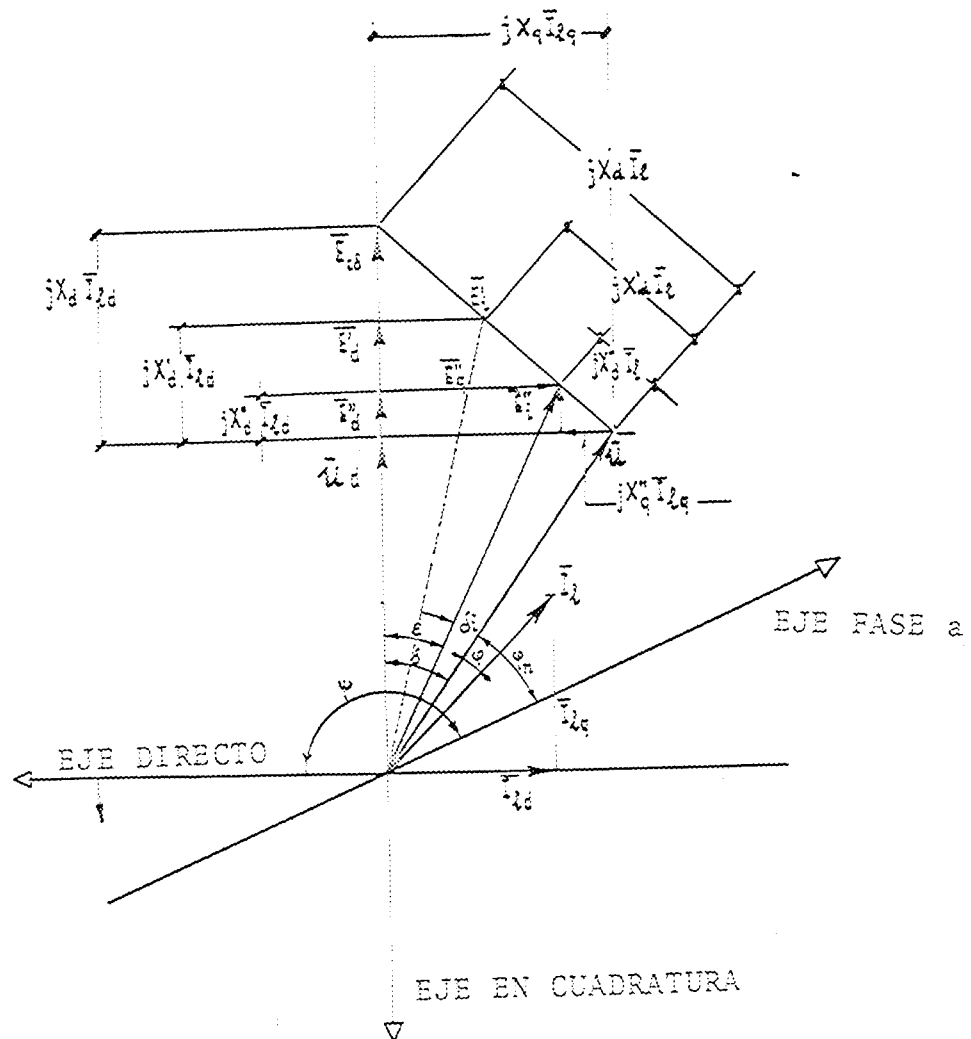


Fig. 10

sión interna sincrónica se desprecia la saturación, el valor de la reactancia sincrónica que debe tomarse en consideración es no saturado y por lo tanto resulta:

$$[24] \quad I_d = \frac{E_c \delta}{X_d}$$

.///.

.///.

Componentes transitorias según el eje directo

$$[26] \quad (I_d'(0) - I_d) e^{-t/T_d'} = \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'}$$

Componentes subtransitorias según el eje en cuadratura

$$[27] \quad I_q'' e^{-t/T_q''} = \left(\frac{E_q''}{X_q''} \right) e^{-t/T_q''}$$

Las tensiones internas subtransitorias y transitorias según los dos ejes se han representado en las construcciones vectoriales de las figuras 10 y 11 según se trate de máquina isótropa o anisótropa.-

Las constantes de tiempo según el eje directo son las definidas en el paragrafo 1.2.7.-

El tiempo necesario para que los valores de la componente subtransitoria en cuadratura de las corrientes del inducido se reduzcan al $0,368 = 1/e$ del valor inicial, es la constante de tiempo según el eje en cuadratura T_q'' .-

Mientras las máquinas funcionan en vacío, no se inducen corrientes en las espiras de amortiguamiento y en los circuitos similares rotóricos dispuestos simétricamente al eje en cuadratura al variar la corriente de inductor; por lo tanto no es posible definir la constante de tiempo subtransitoria en vacío según el eje en cuadratura.-

1.4.6 - Corrientes alternas o simétricas de las tres fases del inducido.-

Se obtienen sumando vectorialmente las componentes según el eje directo y según el eje en cuadratura examinadas en el paragrafo anterior.

$$[28] \quad \bar{I} = \bar{I}_d + \bar{I}_q = I_d + j I_q$$

siendo los modulos de las corrientes :

$$[29] \quad I_d = \left(\frac{E_d''}{X_d''} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d}$$

$$[30] \quad I_q = \frac{E_q''}{X_q''} e^{-t/T_q''}$$

.///.

.///.

Los valores eficaces de las corrientes alternas para un instante genérico se obtienen con la relación:

$$[31] \quad I = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}$$

Los valores instantáneos de las corrientes alternas de las tres fases del inducido referidas a un instante genérico de inicio del funcionamiento en cortocircuito (como ya indicado al definir ψ) se expresan en cambio con las relaciones :

$$[32a] \quad i_a = -\sqrt{2} [I_d \cos(\omega t + \psi) + I_q \sin(\omega t + \psi)]$$

$$[32b] \quad i_b = -\sqrt{2} \left[I_d \cos\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) + I_q \sin\left(\omega t + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$[32c] \quad i_c = -\sqrt{2} \left[I_d \cos\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right) + I_q \sin\left(\omega t + \psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

donde ψ es el ángulo entre el instante en que la tensión de la fase asume el valor cero y el instante en que se establece el cortocircuito.

Los valores iniciales de las corrientes simétricas de las tres fases resultan:

$$[33a] \quad I_{a(0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{-E_d''}{X_d''} \cos \psi + \frac{E_q''}{X_q''} \sin \psi \right]$$

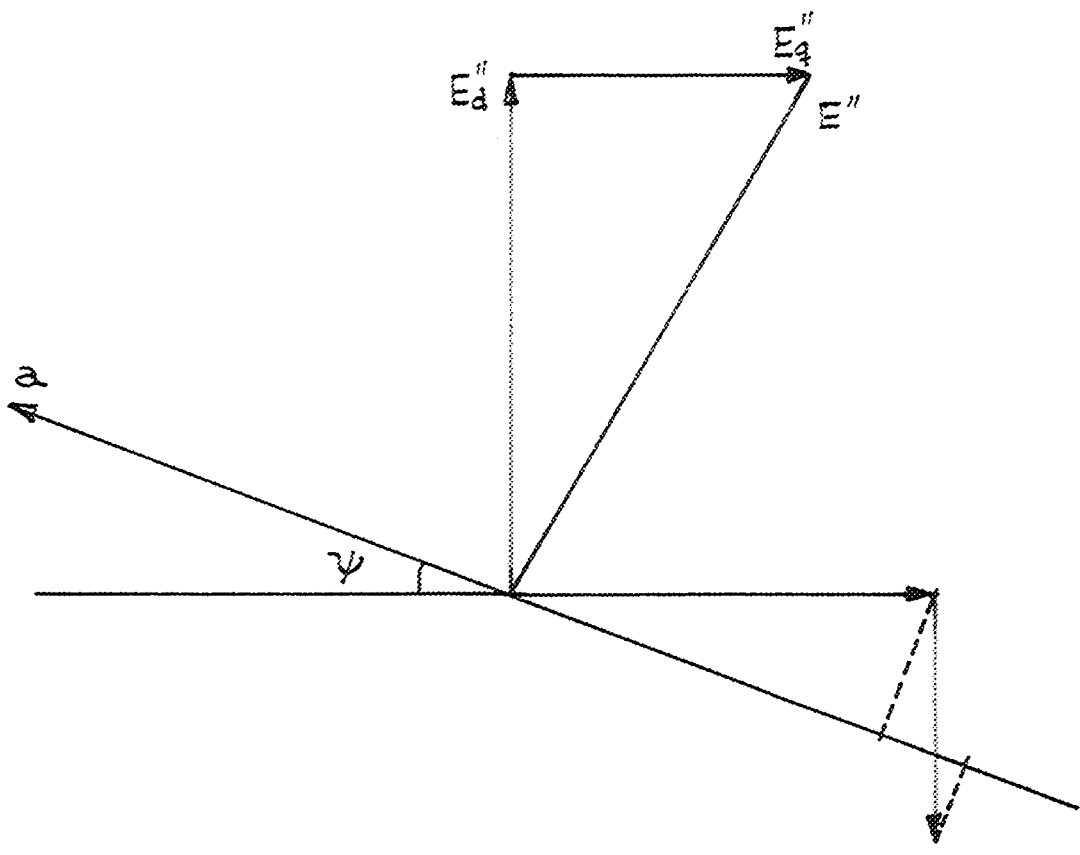
$$[33b] \quad I_{b(0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{-E_d''}{X_d''} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{E_q''}{X_q''} \sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

$$[33c] \quad I_{c(0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{-E_d''}{X_d''} \cos\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{E_q''}{X_q''} \sin\left(\psi + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

Sustituyendo a X_d'' y X_q'' por la media armónica de los dos valores:

$$X_2 = \frac{2 X_d'' X_q''}{X_d'' + X_q''}$$

.///.



page 40 bis

.///.

y considerando:

$$\bar{E}_d'' + \bar{E}_q'' = \bar{E}_i''$$

vector que esta en atraso de un ángulo ϵ respecto de la dirección del vector $\bar{E}_d''$, las relaciones (33a), (33b), (33c) resultan:

$$[34a] \quad I_{a(0)} = -\sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \cos(\psi - \epsilon) = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \sin(\delta_i + \varphi_n)$$

$$[34b] \quad I_{b(0)} = -\sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \epsilon\right) = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \sin\left(\delta_i + \varphi_n - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$[34c] \quad I_{c(0)} = -\sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \cos\left(\psi + \frac{2\pi}{3} - \epsilon\right) = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \sin\left(\delta_i + \varphi_n + \frac{2\pi}{3}\right)$$

El ángulo $(\psi - \epsilon)$ de las figuras 10-11, es igual a $\frac{\pi}{2} + (\delta_i + \varphi_n)$ por lo tanto:

$$\cos(\psi - \epsilon) = -\sin(\delta_i + \varphi_n)$$

En las máquinas isótropas puede resultar verificada la condición $X_d'' = X_q''$ y por lo tanto $X_2 = X_d''$.-

1.4.7 - Corrientes unidireccionales y alternas de segunda armonica.-

Se pueden extender al caso en estudio las consideraciones hechas en el paragrafo 1.2.9 para determinar las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido correspondientes a un cortocircuito trifásico en los terminales de una máquina que funciona en vacío. En efecto al establecerse un cortocircuito, la corriente en las fases del inducido no puede asumir instantaneamente el valor inicial subtransitorio de la corriente alterna, pero conserva módulo y fase de la corriente de carga que preexistía.-

Se puede expresar el valor de régimen de la corriente de carga (para el instante en que se establece un cortocircuito) a partir del valor de la tensión subtransitoria. En efecto los módulos de los vectores $\bar{E}_d''$ y $\bar{E}_q''$ representados en las figuras 10 y 11, resultan:

$$[35] \quad E_d'' = U \cos \delta + I_{ld} X_d''$$

$$[36] \quad E_q'' = U \sin \delta - I_{lq} X_q''$$

.///.

.///.

De las relaciones (35) y (36) se obtiene:

$$[37] \quad I_{ld} = \frac{E_d''}{X_d''} - \frac{U}{X_d''} \cos \delta$$

$$[38] \quad I_{lq} = -\frac{E_q''}{X_q''} + \frac{U}{X_q''} \sin \delta$$

Si el instante en que se establece el cortocircuito ($t=0$) es aquel en el cual el eje de una de las fases del inducido se encuentra en la posición representada en las figuras 10-11, los valores instantáneos simétricos de las corrientes de carga de cortocircuito (expresados como suma de las proyecciones de los respectivos vectores sobre la dirección del eje de la fase tomada en consideración) resultan:

$$[39] \quad I_{l(t=0)} = -\sqrt{2} \left[\frac{E_d''}{X_d''} \cos \psi + \frac{U}{X_d''} \cos \psi \cos \delta + \frac{E_q''}{X_q''} \sin \psi - \frac{U}{X_q''} \sin \psi \sin \delta \right]$$

$$[40] \quad I_{l(0)}'' = -\sqrt{2} \left(\frac{E_d''}{X_d''} \cos \psi + \frac{E_q''}{X_q''} \sin \psi \right)$$

El módulo del vector diferencia $\bar{I}''(0) - \bar{I}_1(t=0)$ es igual a:

$$[41] \quad \sqrt{2} \left[\frac{U}{X_d''} \cos \psi \cos \delta + \frac{U}{X_q''} \sin \psi \sin \delta \right] = \sqrt{2} U \left[\frac{X_q''}{X_d'' X_q''} \cos \psi \cos \delta + \frac{X_d''}{X_d'' X_q''} \sin \psi \sin \delta \right]$$

$$[42] \quad = \sqrt{2} U \left[\frac{X_d'' + X_q''}{2 X_d'' X_q''} \cos(\psi - \delta) \right] + \sqrt{2} U \left[\frac{X_q'' - X_d''}{2 X_d'' X_q''} \cos(\psi + \delta) \right]$$

en efecto

$$\cos \psi \cos \delta = \frac{1}{2} \cos(\psi - \delta) + \frac{1}{2} \cos(\psi + \delta)$$

$$\sin \psi \sin \delta = \frac{1}{2} \cos(\psi - \delta) - \frac{1}{2} \cos(\psi + \delta)$$

El primer término de la expresión (42) es igual al valor inicial de la corriente unidireccional, mientras el segundo es igual al valor inicial de la corriente alterna de segunda armónica. Ambas corrientes hacen que la corriente total en el instante inicial del cortocircuito no sufra bruscas variaciones. Ellas tienen amplitudes que decrecen en el tiempo exponencialmente hasta anularse.-

La constante de tiempo de dichas funciones es propia del circuito de una fase del inducido T_a y ha sido definida en el paragrafo 1.2.10.-

.///.

.///.

Los módulos de los valores instantaneos de las corrientes unidireccionales de las tres fases de inducido y de las corrientes alternas de segunda armonica por lo tanto resultan:

$$\text{fase a)} \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos(\psi - \delta) e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''}$$

$$[41a] \quad \cos(2\omega t + \psi + \delta) e^{-t/T_a}$$

$$\text{fase b)} \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos\left(\psi - \delta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''}$$

$$[41b] \quad \cos\left(2\omega t + \psi + \delta - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

$$\text{fase c)} \quad \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos\left(\psi - \delta + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''}$$

$$[41c] \quad \cos\left(2\omega t + \psi + \delta + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

1.4.8 - Valores totales o asimétricos de las corrientes de cortocircuito de las tres fases del inducido.-

Los valores totales instantaneos de las corrientes se obtienen componiendo las corrientes alternas, las corrientes unidireccionales y las corrientes alternas de segunda armónica de las tres fases del inducido.-

Refiriéndose a las relaciones obtenidas en los paragrafos 1.4.6, 1.4.7, se obtiene:

$$[43] \quad i_a = \sqrt{2} \frac{U}{X_2} e^{-t/T_a} \cos(\psi - \delta) + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d''X_q''} e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + \psi - \delta) \\ - \sqrt{2} \left[\left(\frac{E_d''}{X_d''} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \cos(\omega t + \psi) \\ + \sqrt{2} \frac{E_q''}{X_q''} e^{-t/T_q''} \sin(\omega t + \psi)$$

Para las otras fases, es suficiente agregar a los ángulos eléctricos que aparecen en las relaciones (43) $\pm 2\pi/3$ radianes. El valor eficaz

de las corrientes totales asimétricas varía instante por instante y se determina con la relación:

$$[44] \quad I_{asim} = \sqrt{I^2 + I_{dc}^2 + I_{II}^2}$$

.///.

.///.

Habiendo indicado:

- I = valor eficaz de la corriente alterna de una fase del inducido en el instante tomado en consideración;
- I_{dc} = valor de la corriente unidireccional de una fase del inducido en el instante tomado en consideración;
- I_{II} = valor eficaz de la corriente alterna de segunda armónica de una fase del inducido en el instante tomado en consideración.

1.5 - CONSIDERACIONES DE ESTUDIO

1.5.1 - a) Hipótesis.

El cálculo de las corrientes de cortocircuito conducido en los parágrafos precedentes ha sido desarrollado en base a hipótesis y a métodos que han suministrado resultados aproximados de todos modos válidos para las normales aplicaciones técnicas.

Reasumimos aquí las hipótesis que se han adoptado y las relaciones que existen entre las constantes funcionales de las máquinas isótropas y anisótropas de construcción normal.

Las corrientes de inducido de las máquinas en el funcionamiento en vacío son sinusoidales.-

Los efectos de la saturación sobre los valores que asumen las magnitudes del inducido durante los funcionamientos que preceden el establecimiento de un cortocircuito son de entidad despreciable. Cuando esta condición no fuese verificada, las constantes funcionales de las máquinas para los regímenes subtransitorios y transitorios se calculan teniendo en cuenta los valores efectivos de las corrientes de excitación.-

Las resistencias de los circuitos del inducido influyen de manera despreciable sobre los valores iniciales de las corrientes alternas y unidireccionales de cortocircuito.-

La velocidad de rotación de las máquinas no sufre variaciones importantes por la duración de los funcionamientos en cortocircuito que deben ser tomadas en consideración. Las variaciones de la velocidad de rotación dependen de la variación sufridas por la potencia activa suministrada por las máquinas solamente durante los intervalos que preceden la actuación de los reguladores.-

b) Constantes funcionales

Máquinas isótropas

.///.

$$X_d'' = X_q'' = X_2 \quad X_d' \neq X_q' \quad X_q' = X_q = X_d$$

$$T_d'' = T_q'' \quad T_d' > T_d'' \quad T_a = \frac{X_d''}{2\pi f R_a}$$

Máquinas anisótropas

$$X_d'' \neq X_q'' \quad X_2 = \frac{2X_d''X_q''}{X_d'' + X_q''} \quad X_d' \neq X_q'$$

$$X_q' = X_q \quad X_d \neq X_q$$

1.5.2 - Relaciones fundamentales

Las magnitudes de las que dependen los valores instantáneos de las corrientes totales de cortocircuito se pueden expresar con las relaciones siguientes:

a) Las tensiones internas en el instante inicial del cortocircuito

a₁) Tensión interna subtransitoria según el eje directo

Máquinas que funcionan en carga:

$$[1] \quad \bar{E}_d'' = \bar{U} + jX_q \bar{I}_{lq} + jX_d'' \bar{I}_{ld}$$

$$[2] \quad E_d'' = U \cos \delta + X_d'' I_l \sin(\delta + \varphi) = \\ = E_{c\delta} - (X_d - X_d'') I_l \sin(\delta + \varphi)$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[3] \quad \dot{E}_d'' = \cos \delta + X_d'' \sin(\delta + \varphi)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[4] \quad E_d'' = U$$

a₂) Tensión interna subtransitoria según el eje en cuadratura

Máquinas que funcionan en carga:

$$[5] \quad \bar{E}_q'' = \bar{U} + jX_d'' \bar{I}_{ld} + jX_q'' \bar{I}_{lq} - \bar{E}_d''$$

$$[6] \quad E_q'' = U \sin \delta - X_q'' I_l \cos(\delta + \varphi) = \\ = (X_q - X_q'') I_l \cos(\delta + \varphi)$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[7] \quad \dot{E}_q'' = \sin \delta - X_q'' \cos(\delta + \varphi)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$E_q'' = 0$$

.///.

a₃) Tensión interna subtransitoria resultante

$$[9] \quad \bar{E}_i'' = \bar{E}_d'' + \bar{E}_q'' = \bar{U} + jX_2 \bar{I}_l$$

$$[10] \quad E_i'' = \sqrt{(U \cos \varphi)^2 + (U \sin \varphi + X_2 I_l)^2}$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[11] \quad \dot{E}_i'' = \sqrt{1 + 2\dot{X}_2 \sin \varphi + \dot{X}_2^2}$$

El ángulo entre la tensión en bornes $\bar{U}$ y la tensión interna subtransitoria resulta igual a:

$$[12] \quad \delta_i = \arctang \left(\frac{\dot{X}_2 \cos \varphi}{1 + \dot{X}_2 \sin \varphi} \right)$$

Las relaciones del vector $\bar{E}_i''$ son validas para las máquinas sincrónicas anisótropas que tienen las reactancias subtransitorias directas de valor distinto al de las reactancias subtransitorias en cuadratura. Para las máquinas sincrónicas isótropas el vector $\bar{E}_i''$ resulta:

$$[13] \quad \bar{E}_i'' = \bar{E}_d'' + \bar{E}_q'' = \bar{U} + jX_d'' \bar{I}_l$$

por lo tanto en las relaciones antes mencionadas se debe sustituir la reactancia X_2 con la reactancia subtransitoria X_d'' ya que

$X_2 = X_d''$. Para las maquinas que funcionan en vacio:

$$[14] \quad \bar{E}_i'' = \bar{U}$$

a₄) Tensión interna transitoria según el eje directo

Máquinas que funcionan en carga:

$$[15] \quad \bar{E}_d' = \bar{U} + jX_q \bar{I}_{lq} + jX_d' \bar{I}_{ld}$$

$$[16] \quad \begin{aligned} E_d' &= U \cos \delta + X_d' I_l \sin(\delta + \varphi) \\ &= E_{c\delta} - (X_d - X_d') I_l \sin(\delta + \varphi) \end{aligned}$$

.///.

.///.

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[17] \quad \dot{E}_d' = \cos \delta + \dot{X}_d' \sin(\delta + \varphi)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$E_d' = U$$

a₅) Tensión interna transitoria según el eje en cuadratura

Máquinas que funcionan en carga:

$$[19] \quad \bar{E}_q' = \bar{U} + jX_d' \bar{I}_{ld} + jX_q' \bar{I}_{lq} - \bar{E}_d'$$

$$[20] \quad E_q' = 0 \quad \text{siendo} \quad X_q' = X_q$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[21] \quad E_q' = 0$$

a₆) Tensión interna transitoria resultante

$$\bar{E}_l' = \bar{U} + jX_d' \bar{I}_l$$

El módulo del vector $\bar{E}_l'$ difiere poco del vector $\bar{E}_d'$ y por lo tanto se puede escribir:

$$[22] \quad \bar{E}_d' \approx \bar{E}_l' = \sqrt{1 + 2X_d' \sin \varphi + X_d'^2}$$

Para las máquinas que funcionan en vacío

$$[23] \quad \bar{E}_l' = \bar{U}$$

a₇) Tensión interna sincrónica

Máquinas que funcionan en carga:

$$[24] \quad \bar{E}_{c\delta} = \bar{U} + jX_q' \bar{I}_{lq} + jX_d' \bar{I}_{ld}$$

$$[25] \quad E_{c\delta} = U \cos \delta + X_d' I_l \sin(\delta + \varphi)$$

.///.

.///.

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[26] \quad \dot{E}_{c\delta} = \cos \delta + \dot{X}_d \sin(\delta + \varphi)$$

Para las máquinas sincrónicas isótropas el vector $\bar{E}_{c\delta}$ resulta:

$$[27] \quad \bar{E}_{c\delta} = \bar{U} + jX_d \bar{I}_l$$

siendo $X_d = X_q$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[28] \quad \bar{E}_\delta = k \bar{E}_0 \quad k > 1 \quad E_0 \quad \text{módulo de la tensión de fase}$$

a_g) Componente según el eje en cuadratura de la tensión en bornes

Máquina que funcionan en carga:

$$[29] \quad \bar{U}_q = \bar{E}_q = -jX_q \bar{I}_q$$

$$[30] \quad E_q = U \sin \delta = X_q I_l \cos(\delta + \varphi)$$

y en valor relativo para $\dot{U} = 1, \dot{I}_l = 1$

$$[31] \quad \dot{E}_q = \sin \delta = \dot{X}_q \cos(\delta + \varphi)$$

El ángulo δ entre la tensión en bornes U y la tensión interna sostenida $E_{c\delta}$ resulta

$$[32] \quad \delta = \arctang \left(\frac{\dot{X}_q \cos \varphi}{1 + \dot{X}_q \sin \varphi} \right)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$E_q = 0$$

.///.

.///.

- b) Los valores instantaneos de las tensiones internas durante la persistencia de la falla.-

El comportamiento en el tiempo de la corriente alterna o simétrica de inducido durante la persistencia de una falla depende de los valores instantaneos del flujo de entrehierro y de la reactancia de dispersión de inducido.-

Interpretando físicamente las relaciones que se han estudiado en los paragrafos 1.4.5, 1.4.6, es posible determinar los valores eficaces instantáneos de las componentes alternas permanentes, transitorias y subtransitorias según los dos ejes, recurriendo a circuitos equivalentes constituidos por fuerzas electro-motrices variables y reactancias de valor constante.*

- b1) Determinación de la componente alterna transitoria y de la componente permanente de las corrientes del inducido.-

Si se prescinde de los fenómenos subtransitorios la corriente alterna de una fase del inducido es suma de las componentes transitoria y permanente. Para determinar los valores de dicha corriente se atribuye a la reactancia funcional de la máquina el valor de la reactancia transitoria directa, la tensión interna ficticia de la máquina debe satisfacer instante por instante la relación:

$$[1] \quad E'_d(t) = X'_d [(I'_{d(0)} - I_d) e^{-t/T'_d} + I_d]$$

Máquinas que funcionan en carga:

Los valores de contorno de la función (1) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[2] \quad E'_d(t=0) = X'_d I'_{d(0)} = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_d = E'_d$$

$$[3] \quad E'_d(t=\infty) = X'_d I_d = E_{c\delta} - X_d I_d + X'_d I_d = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_d = E'_{d\infty}$$

siendo:

$$I_d = \frac{E_{c\delta}}{X_d}$$

Por lo tanto la fuerza electro-motriz $E'_d(t)$ se puede expresar con la relación:

$$[4] \quad E'_d(t) = (E'_d - E'_{d\infty}) e^{-t/T'_d} + E'_{d\infty}$$

.///.

.///.

Máquinas que funcionan en vacío:

Los valores de contorno de la función(1) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[5] \quad E'_d(t) = X'_d I'_{d(0)} = E_0$$

$$[6] \quad E'_d(t=\infty) = X'_d I_d = E_\delta - X_d I_d + X' I_d =$$

$$= E_\delta - (X_d - X'_d) I_d = E'_{d(\infty)}$$

siendo

$$I_d = \frac{E_\delta}{X_d}$$

Por lo tanto la fuerza electro-motriz $E'_d(t)$ se puede expresar con la relación:

$$[7] \quad E'_d(t) = (E_0 - E'_{d\infty}) e^{-t/T'_d} + E'_{d\infty}$$

b₂) Determinación de la componente alterna subtransitoria según el eje directo de las corrientes de inducido.-

La componente alterna subtransitoria según el eje directo debe ser sumada a la corriente alterna calculada con el método indicado en el punto b₁. Si para la determinación de los valores de dichas componentes se atribuye a la reactancia funcional de la máquina sincrónica el valor de la reactancia subtransitoria según el eje directo, la tensión interna ficticia debe satisfacer instante por instante la relación:

$$[8] \quad \Delta E''_d(t) = X''_d (I''_{d0} - I'_{d0}) e^{-t/T''_d}$$

Máquinas que funcionan en carga:

Los valores de contorno de la función (8) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[9] \quad \Delta E''_d(t=0) = X''_d (I''_{d0} - I'_{d0})$$

$$[10] \quad \Delta E''_d(t=\infty) = 0$$

Los términos de la función (9) se pueden expresar con relaciones formalmente correspondientes a las introducidas en las relaciones (2) y (3) y precisamente:

$$[11] \quad X''_d I''_{d0} - E''_d = E'_d - (X'_d - X''_d) I_{ld}$$

$$[12] \quad X''_d I'_{d\infty} - E''_{d\infty} = E'_d - (X'_d - X''_d) I'_{d0}$$

.///.

./../.

Por lo tanto la fuerza elector-motriz $\Delta E_d''(t)$ resulta igual a:

$$[13] \quad \Delta E_d''(t) = (E_d'' - E_{d\infty}'') e^{-t/T_d''}$$

Máquinas que funcionan en vacío:

Los valores de contorno de la función (8) para $t=0$ y para $t=\infty$ son respectivamente iguales a:

$$[14] \quad \Delta E_d''(t=0) = X_d''(I_d'' - I_d')$$

$$[15] \quad \Delta E_d''(t=\infty) = 0$$

donde:

$$X_d'' I_d'' = E_0$$

$$X_d'' I_d' = E_0 - (X_d' - X_d'') I_d' = E_{d\infty}''$$

Por lo tanto la fuerza electro-motriz $E_d(t)$ puede ser expresada con la relación:

$$[16] \quad E_d''(t) = (E_0 - E_{d\infty}'') e^{-t/T_d''}$$

b₃) Determinación de la componente alterna subtransitoria según el eje en cuadratura de la corriente del inducido.-

La componente alterna subtransitoria según el eje en cuadratura de la corriente de una fase del inducido se extingue en la etapa subtransitoria del fenómeno. Si para determinar los valores de dicha componente se atribuye a la reactancia funcional de la máquina el valor de la reactancia subtransitoria según el eje en cuadratura, la tensión interna ficticia debe satisfacer instante a instante la relación

$$[17] \quad E_q''(t) = X_q'' I_{q(0)}'' e^{-t/T_q''}$$

./../.

.///.

Máquinas que funcionan en carga:

El término $X_q'' I_{q(0)}''$ puede ser puesto bajo la forma:

$$[18] \quad X_q'' I_{q(0)}'' = E_q'' = (X_q - X_q'') I_{lq}$$

Máquinas que funcionan en vacío:

$$[19] \quad X_q'' I_{q(0)}'' = E_q'' = 0.$$

c) Valor máximo de la corriente de cortocircuito total

c₁) Corriente alterna.

Máquinas que funcionan en carga:

En el instante en que se establece una falla trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en carga, la corriente alterna de una fase es igual a:

$$[21] \quad I_{d(0)}'' = \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2} \sin(\delta_i + \varphi_n)$$

El valor cambia al variar el ángulo $(\delta_i + \varphi_n)$ y resulta igual a:

$$[22] \quad I_{d(0)}'' = \pm \sqrt{2} \frac{E_i''}{X_2}$$

cuando

$$\sin(\delta_i + \varphi_n) = \pm 1$$

o sea para

$$\delta_i + \varphi_n = (-1)^h \frac{\pi}{2} + h\pi$$

y por lo tanto en particular cuando:

$$\varphi_n = \left(\frac{\pi}{2} - \delta_i \right) \quad \text{o bien} \quad \varphi_n = - \left(\frac{\pi}{2} + \delta_i \right)$$

.///.

.///.

Para relacionar el ángulo φ_n con el ángulo ψ , que define el instante inicial del cortocircuito respecto al instante en que la tensión de fase pasa por cero, basta observar en las figuras 10 y 11 que el ángulo ψ satisface la relación:

$$\psi = \frac{\pi}{2} + \varphi_n + \delta_i + \epsilon$$

por lo tanto

$$\text{para } \varphi_n = \left(\frac{\pi}{2} - \delta_i \right) \quad \psi = \pi + \epsilon$$

$$\text{para } \varphi_n = -\left(\frac{\pi}{2} + \delta_i \right) \quad \psi = -\epsilon$$

La corriente alterna asume el valor más elevado, que es igual a $\sqrt{2} E_1''/X_2$, cuando el cortocircuito se establece en el instan-

te en que el eje de la fase tomada en consideración está en retardo respecto al eje directo o de los polos del ángulo ϵ ; o bien está adelantado del ángulo $\pi - \epsilon = 2\pi - (\pi + \epsilon)$.

Máquinas que funcionan en vacío:

En el instante en que se establece una falla trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en vacío la corriente alterna o simétrica es igual a:

$$[23] \quad I_{d(0)}'' = \frac{E_0}{X_d''} \cos \psi$$

Este valor cambia al variar el ángulo ψ y resulta igual a:

$$[24] \quad I_{d(0)}'' = \pm \frac{E_0}{X_d''}$$

cuando $\cos \psi = \pm 1$ o sea para $\psi = 0 \pm k2\pi$ y precisamente

en los instantes en que el eje de la fase tomada en consideración, coincide con la dirección del eje directo o de los polos.-

c₂) Corriente unidireccional

Máquinas que funcionan en carga

En el instante en que se establece una falla, trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en carga, la corriente unidireccional es igual a:

$$[25] \quad I_{dc(0)} = \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \cos(\psi - \delta) = \sqrt{2} \frac{U}{X_2} \sin \varphi_n$$

Este valor cambia al variar el ángulo φ_n y resulta igual a:

.///.

.///.

[26]

$$I_{dc(0)} = \pm \sqrt{2} \frac{U}{X_2}$$

cuando

$$\sin \varphi_n = \pm 1$$

es decir para

$$\varphi_n = (-1)^h \frac{\pi}{2} + h\pi$$

Siendo el ángulo $\psi = \frac{\pi}{2} + \varphi_n + \delta$

para

$$\varphi_n = \frac{\pi}{2} \quad \psi = \pi + \delta$$

$$\varphi_n = -\frac{\pi}{2} \quad \psi = \delta$$

La corriente unidireccional asume el valor más elevado, que es igual a $\sqrt{2}U/X_2$, cuando el cortocircuito se establece en

el instante en que el eje de la fase tomada en consideración está en atraso respecto al eje de los polos del ángulo de cupla δ , o bien esta en adelantado del ángulo.-

$$\pi - \delta = 2\pi - (\pi + \delta)$$

Máquinas que funcionan en vacío:

En el instante en que se establece una falla trifásica entre los terminales de una máquina que funciona en vacío, la corriente unidireccional es de valor igual y contrario al que asume la corriente alterna. También para esta corriente valen las consideraciones hechas para la corriente alterna.

c₃) Corriente total

Máquinas que funcionan en carga:

La corriente de cortocircuito total asume su valor más elevado cuando el cortocircuito se establece en el instante en que la corriente unidireccional es máxima. Este valor es alcanzado aproximadamente en concomitancia con el instante en el cual la corriente alterna pasa por su primer valor de pico. Para que se produzca la condición impuesta, el lapso que media del instante de inicio del cortocircuito debe ser de duración menor que un semiperíodo.-

La corriente total en las condiciones de máxima asimetría para

.///.

$\psi = \delta$, $\varphi_n = + \frac{3}{2} \pi$ y cuando T_d'' sea poco distinto de T_q'' resulta:

$$[27] \quad i = -\sqrt{2} \left[\frac{E_i''}{X_2} e^{-t/T_d''} \cos(\omega t + \delta_i) + \frac{E_d'}{X_d'} e^{-t/T_d'} \left(1 - e^{-t(T_d' - T_d'')/T_d' T_d''} \right) \right. \\ \left. \cos(\omega t + \delta) + \frac{E_c \delta}{X_d} (1 - e^{-t/T_d'}) \cos \omega t + \delta \right] \\ + \sqrt{2} \left[\frac{U}{X_2} e^{-t/T_a} + U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d'' X_q''} e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + 2\delta) \right]$$

Cuando el ángulo δ es pequeño, se puede despreciar la diferencia que existe entre los ángulos δ y δ_i y considerar que la función (27) alcanza el máximo en el instante $t = (\pi - \delta_i)/\omega$. Por lo tanto:

$$[28] \quad I_{\max} = -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_2} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d''} \right. \\ \left. + \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \\ + \sqrt{2} \frac{U}{X_2} e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2X_d'' X_q''} e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_a}$$

Las relaciones (21), (22), (25), (26), (27), (28) son válidas para las máquinas sincrónicas anisótropas.-

Las máquinas sincrónicas isótropas generalmente tienen las reactancias subtransitorias según los dos ejes de igual valor y la tensión interna ficticia E_i' aproximadamente igual en módulo a la tensión interna transitoria según el eje directo. Por lo tanto se debe sustituir en todas las expresiones la reactancia X_2 por la X_d'' y la tensión E_d' por la E_i' . Recordemos que

en las máquinas sincrónicas isótropas no existe la corriente alterna de segunda armónica y la relación (28) resulta:

$$[29] \quad I_{\max} = -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_d''} - \frac{E_i'}{X_d'} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d''} \right. \\ \left. + \left(\frac{E_i'}{X_d'} - \frac{E_c \delta}{X_d} \right) e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_d'} + \frac{E_c \delta}{X_d} \right] \\ + \sqrt{2} \frac{U}{X_d''} e^{-(\pi - \delta_i)/\omega T_a}$$

De todas las consideraciones y simplificaciones examinadas en este parágrafo se pueden obtener las expresiones de la corriente total en las condiciones de máxima asimetría. Helas aquí:

Máquinas anisótropas

.///.

$$\begin{aligned}
 i = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_2} - \frac{E_d'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_d'}{X_d'} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right] \cos(\omega t + \delta_i) + \\
 [30] \quad & + \sqrt{2} \frac{U}{X_2} e^{-t/T_a} + \sqrt{2} U \frac{X_q'' - X_d''}{2 X_d'' X_q''} e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + 2\delta_i)
 \end{aligned}$$

Máquinas isótropas

$$\begin{aligned}
 i = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_i''}{X_d''} - \frac{E_i'}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_i'}{X_d'} - \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_{c\delta}}{X_d} \right] \\
 [31] \quad & \cos(\omega t + \delta_i) + \sqrt{2} \frac{U}{X_d''} e^{-t/T_a}
 \end{aligned}$$

Máquinas que funcionan en vacío:

Para que la corriente de cortocircuito total asuma su valor más elevado el cortocircuito se debe establecer en el instante de máxima corriente unidireccional. El valor es alcanzado casi en concomitancia con el instante en que la corriente alterna pasa por su primer valor de pico: que se produce después de un semiperíodo a partir del instante en que inicia el cortocircuito.-

La corriente total en las condiciones de máxima asimetría debiendo ser $\psi = 0$ resulta igual a:

$$\begin{aligned}
 i = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-t/T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-t/T_d'} + \frac{E_\delta}{X_d} \right] \times \\
 [32] \quad & \cos \omega t + \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} e^{-t/T_a}
 \end{aligned}$$

La función (32) asume el valor máximo para $t = \pi/\omega$, valor que resulta igual a:

$$\begin{aligned}
 [33] \quad I_{\max} = & -\sqrt{2} \left[\left(\frac{E_0}{X_d''} - \frac{E_0}{X_d'} \right) e^{-\pi/\omega T_d''} + \left(\frac{E_0}{X_d'} - \frac{E_\delta}{X_d} \right) e^{-\pi/\omega T_d'} + \right. \\
 & \left. + \frac{E_\delta}{X_d} \right] + \sqrt{2} \frac{E_0}{X_d''} e^{-\pi/\omega T_a}
 \end{aligned}$$

NOTA

Todas las relaciones presentadas en el capítulo 1.5 pueden ser extendidas también a las máquinas sincrónicas anisótropas sin espiras de amortiguamiento. Es necesario tener presente que las constantes funcionales de estas máquinas satisfacen las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 X_d'' & \neq X_q'' & X_q'' & = X_q' = X_q \\
 X_d' & \neq X_q' \\
 X_d & \neq X_q \\
 X_2 & = \frac{2 X_d' X_q'}{X_q' + X_d'} \\
 T_d'' & = T_d'
 \end{aligned}$$

.///.

1.6 - FALLAS EN UN PUNTO DE UNA RED ALIMENTADA POR MAQUINAS SINCRONICAS CON CARACTERISTICAS DISTINTAS.

1.6.1 - Generalidades

Los funcionamientos dinámicos de las máquinas sincrónicas causados por fallas en la red a la cual estan conectadas, son estudiados con métodos rigurosos que imponen la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales complejos. Todavía, si el objeto de los estudios se limita a evaluar aproximadamente las corrientes de cortocircuito, se puede recurrir a un método simplificado. Este permite utilizar las magnitudes y las constantes funcionales utilizadas para estudiar las corrientes debidas a las fallas en los terminales de las máquinas sincrónicas. Para aplicar este método se descomponen las corrientes alternas de funcionamiento en carga y de cortocircuito (aporte de cada máquina) en las componentes según el eje directo y el eje en cuadratura. La envolvente de la componente según el eje directo de la corriente alterna de cortocircuito siempre puede representarse con dos funciones exponenciales superpuestas a una corriente permanente, la envolvente de la componente según el eje en cuadratura, puede representarse con una sola función exponencial. Estas dos componentes se evalúan independientemente una de la otra.-

Las máquinas sincrónicas pueden ser representadas como se describe en los capítulos 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 dedicados al estudio de la variación de las corrientes del inducido durante las fallas trifásicas en los terminales de las máquinas. Basta aplicar fuerzas electro-motrices variables a los circuitos pasivos equivalentes a la red, en dichos circuitos las máquinas sincrónicas se representan con reactancias funcionales de valor oportuno.-

Los valores instantaneos de las fuerzas electro-motrices deben corresponder a las tensiones internas ficticias obviamente dependen de los valores de las tensiones y de las corrientes, que existían en los terminales de las máquinas en el instante en que se estableció la falla.-

Las constantes de tiempo que deben atribuirse a las tensiones internas ficticias directas y en cuadratura, dependen de las constantes funcionales de las máquinas sincrónicas, de los parámetros que simulan los elementos de la red, del punto y tipo de falla. Su determinación es posible solamente para los casos en que las impedancias pueden asimilarse a puras reactancias (a la secuencia positiva, negativa o cero) de los elementos que constituyen la red, incluyendo las máquinas sincrónicas y excluyendo las cargas. En efecto aplicando a un circuito constituido por inductancias distintas fuerzas electro-motrices, la corriente aportada por una fuerza electro-motriz varía según una ley que no está influenciada por la existencia en el circuito de las otras fuerzas electro-motrices. De esta propiedad surge que la constante de tiempo de la fuerza electro-motriz de cada máquina depende de la constante de tiempo en vacío de la máquina misma, de la red externa considerada pasiva y no de las constantes de tiempo de las otras máquinas.-

.///.

El valor inicial de la corriente unidireccional, aportado por una máquina sincrónica, es igual y contrario al módulo del vector que se obtiene como diferencia entre la corriente de cortocircuito alterna y la corriente de carga, preexistente a la falla. La intensidad de la corriente unidireccional a su vez decrece en el tiempo exponencialmente. La constante de tiempo de la función puede ser considerada dependiente de la constante de tiempo del circuito de inducido de la máquina misma y de la red externa considerada pasiva, pero constituida tanto por los parámetros inductivos, como los resistivos.-

El procedimiento de cálculo propuesto en este paragrafo obviamente no es riguroso, conduce a resultados solamente aproximados, y es facilmente aplicable, en cuanto evita el planteo y la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales. La aproximación de los resultados obtenidos con este método, respecto de aquellos que se obtendrían aplicando un método más riguroso, es aceptable para las aplicaciones a las que se destinan estos resultados.

1.6.2 - Funcionamiento normal de una red: valores de régimen de las tensiones y de las potencias.*

El funcionamiento en régimen de una red está caracterizado por las tensiones en los nodos y por las potencias activas y reactivas que fluyen (llegan o salen) a los nodos. Generalmente tales magnitudes satisfacen condiciones restrictivas, como aquellas impuestas por los valores de las potencias que pueden ser suministradas por los generadores, de las potencias que son absorbidas por las cargas y de las tensiones que, por razones de explotación, deben ser mantenidas en algunos nodos de la red.

La determinación de las tensiones en los nudos y de las potencias activas y reactivas en las ramas puede ser efectuada analíticamente con distintos métodos. Examinaremos a continuación un método que permite alcanzar los resultados resolviendo numericamente dos sistemas de ecuaciones simultaneas lineales por iteraciones sucesivas. En los casos en que el número de las ecuaciones sea elevado, el método permite el empleo de calculadores digitales.-

El circuito equivalente en régimen de funcionamiento normal de una red eléctrica de composición general, siempre puede representarse con cuadrípolos pasivos, interconectados entre sí según un esquema oportuno. Los terminales de los cuadrípolos forman los nodos de la red: algunos son de acceso a la red porque en ellos están conectados los generadores o las cargas; otros no porque son puntos intermedios de las líneas.-

Los valores de los parámetros de los cuadrípolos que constituyen la red son generalmente conocidos.-

Las magnitudes de tensiones y potencias generadas o absorbidas en los nodos de la red tienen en parte valor asignado y en parte son incógnitas. Para determinarlos, es necesario asignar o calcular el valor del módulo y del argumento de las tensiones y el valor de potencia activa y reactiva.-

En los trabajos destinados a estudiar la regulación de tensión generalmente es posible prefijar para cada nodo dos de los cuatro valores antes indicados y precisamente:

.///.

.///.

- en uno de los nodos de acceso de la red al cual está conectado un generador, el valor del módulo y del argumento de la tensión;
- en todos los otros nodos de acceso de la red a los cuales estan conectados generadores, el valor del módulo de la tensión y el valor de la potencia activa que se inyecta en la red;
- en todos los otros nodos de acceso a la red de los cuales se derivan las cargas, el valor de la potencia activa y el valor de la potencia reactiva de las cargas;
- en todos los nodos a los cuales se unen solamente líneas, el valor de la potencia activa y el valor de la potencia reactiva entrante y saliente a la red, ambos iguales a cero.-

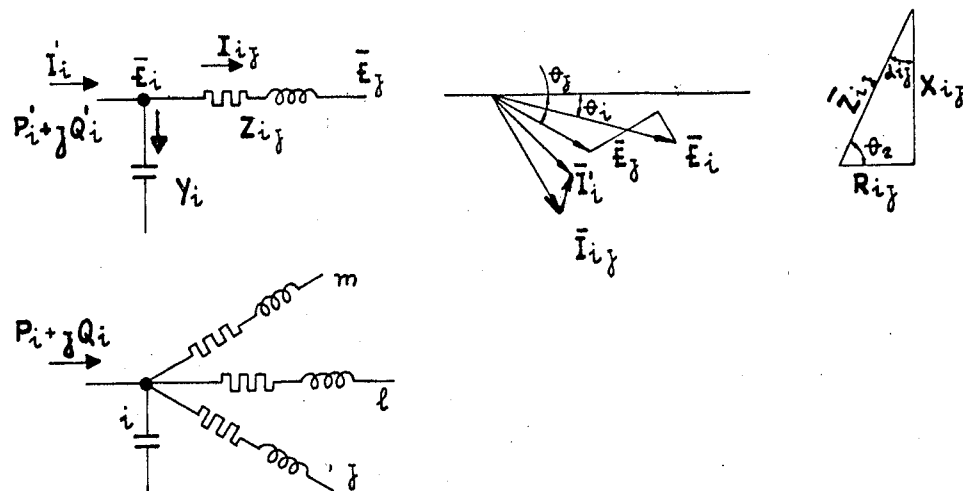


Fig. 12

El conjunto de todos estos valores constituye las condiciones restrictivas. Si la red en exámen está constituida por (n) nodos el número de las incógnitas a determinar se reduce de (4n) a (2n) .-

Un sistema de (2n) ecuaciones simultaneas no lineales, que permita evaluar las incógnitas, puede ser obtenido aplicando las siguientes relaciones. Considerese el nodo (i) de la fig.12. Las magnitudes de entrada del cuadripolo en "gamma" que tiene sus terminales conectados en los nodos (i) y (j) satisfacen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}\bar{E}_i &= E_i e^{j\theta_i} \\ \bar{I}_i &= E_i e^{j\theta_i} Y_i e^{j\pi/2} + \frac{E_i e^{j\theta_i} - E_j e^{j\theta_j}}{Z_{ij} e^{j(\pi/2 - \alpha_{ij})}}\end{aligned}$$

En los diagramas de la figura 12 se indican los argumentos de todas las magnitudes, de la impedancia Z_{ij} y de la admitancia Y_i .-

$$\bar{P}_i + jQ_i = 3 E_i e^{j\theta_i} \bar{I}_i = V_i^2 Y_i e^{j\pi/2} + \frac{V_i^2}{Z_{ij}} e^{j(\pi/2 - \alpha_{ij})} - \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} e^{j(\theta_i - \theta_j - \alpha_{ij} + \pi/2)}$$

.///.

.///.

Por lo tanto

$$P_i' = \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \operatorname{sen} a_{ij} + \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j - a_{ij})$$

$$Q_i' = V_i^2 Y_i + \frac{V_i^2}{Z_{ij}} \cos a_{ij} - \frac{V_i V_j}{Z_{ij}} \cos (\theta_i - \theta_j - a_{ij})$$

por lo cual

$$P_i' = [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}} + V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$Q_i' = V_i^2 Y_i + [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} - V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}}$$

Los valores de la potencia activa y reactiva inyectados o extraídos del nodo (i) se pueden obtener sumando las potencias parciales correspondientes a todos los cuadrípolos que terminan en el nodo (i). Indicando estas magnitudes respectivamente con los símbolos P_i y Q_i se pueden escribir las siguientes relaciones en las cuales las sumatorias se extienden a todas las ramas que conectan el nodo (i) con cualquier otro de la red:

$$1) \quad P_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left\{ [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}} + V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} \right\}$$

$$2) \quad Q_i = V_i^2 Y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left\{ [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} - V_i V_j \operatorname{sen} (\theta_i - \theta_j) \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}} \right\}$$

Para una red de (n) nodos se puede escribir (2n) ecuaciones simultáneas, con las cuales se puede formar un sistema de orden suficiente para determinar (2n) incógnitas.

Debe notarse que las ecuaciones P_i , Q_i respecto a las incógnitas θ_i no son lineales.-

Transformando oportunamente estas ecuaciones las (2n) incógnitas se pueden subdividir en dos grupos de manera de determinar las incógnitas de un grupo separadamente de las incógnitas del otro por medio de dos sistemas de ecuaciones de orden inferior (n).-

En efecto para cada nodo se pueden introducir dos funciones p_i , q_i cada de las cuales puede determinarse por medio de dos expresiones y precisamente

$$3) \quad p_i = P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [V_i^2 - V_i V_j \cos (\theta_i - \theta_j)] \frac{\operatorname{sen} a_{ij}}{Z_{ij}}$$

.///.

.///.

$$4) \quad p_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$5) \quad q_i = Q_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \frac{\sin a_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$6) \quad q_i = V_i^2 Y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$$

Con estas funciones se pueden formar cuatro sistemas de ecuaciones de orden(n). Dos de ellas, precisamente aquellas constituidas por las funciones 3) y 5), se pueden resolver respecto a las variables dependientes p_i , q_i , fijando valores numéricos oportunos a los módulos, a los argumentos de las tensiones de los nodos (V_i , θ_i) y a las potencias P_i , Q_i . Los otros dos sistemas se pueden resolver introduciendo en ellos los valores p_i y q_i respecto de las variables independientes θ_i y V_i de manera de llegar, por iteraciones sucesivas, a aproximar los valores asignados (V_i , θ_i), a los valores efectivos de las tensiones en los nodos. Por medio del sistema constituido por las funciones 4) se pueden determinar los valores de los argumentos θ_i , mientras que resolviendo el sistema constituido por las funciones 6) se pueden determinar los valores de los módulos V_i .

Los dos sistemas de ecuaciones pueden ser simplificados y transformados formalmente a efecto de hacer cómodo el desarrollo de los cálculos. Las funciones 4) pueden ser linealizadas sustituyendo los valores $\sin(\theta_i - \theta_j)$ por las diferencias $(\theta_i - \theta_j)$ en radianes. Para realizar estas simplificaciones es necesario que las diferencias angulares $(\theta_i - \theta_j)$ sean pequeñas. En los casos en que la condición no se verifique, se reducen los valores de las impedancias serie (Z_{ij}) comprendidas entre dos nodos contiguos y por lo tanto los valores de los desfases entre las tensiones si se recurre a la introducción de oportunos nodos intermedios en las líneas. Las funciones 4) linealizadas resultan:

$$p_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} (\theta_i - \theta_j)$$

y el sistema de (n) ecuaciones puede ser escrito bajo forma de una matriz del mismo orden:

$$7) \quad \begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{vmatrix}$$

.///.

.///.

donde para $j = i$ $a_{ii} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$

para $j \neq i$ $a_{ij} = a_{ji} = -V_i V_j \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$

Las funciones 6) se pueden en cambio poner bajo la forma siguiente:

$$8) \quad q_i = \sum_{j=1}^n (b_{ij} V_j) V_i$$

donde para $j = i$ $b_{ii} = Y_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}}$

para $j \neq i$ $b_{ij} = b_{ji} = -\frac{\cos a_{ij}}{Z_{ij}} \cos(\theta_i - \theta_j)$

Los valores de las tensiones de los nodos V_i, V_j se deben calcular por aproximaciones sucesivas, pueden ser indicadas con las expresiones:

$$V_i = V_{i0} + \Delta V_i$$

$$V_j = V_{j0} + \Delta V_j$$

por lo tanto la función 8) resulta:

$$q_i = \left[\sum_{j=1}^n (b_{ij} V_{j0}) + \sum_{j=1}^n (b_{ij} \Delta V_j) \right] (V_{i0} + \Delta V_i)$$

por la cual se obtiene:

$$\sum_{j=1}^n (b_{ij} V_{j0}) + \sum_{j=1}^n (b_{ij} \Delta V_j) = \frac{q_i}{(V_{i0} + \Delta V_i)} = \frac{q_i}{V_{i0}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta V_i}{V_{i0}}\right)} = \frac{q_i}{V_{i0}} \left(1 - \frac{\Delta V_i}{V_{i0}}\right)$$

Separando los términos que contienen los valores incrementales $\Delta V_j, \Delta V_i$ de otros se obtiene la relación 9):

$$9) \quad \sum_{j=1}^n b_{ij} \Delta V_j + \frac{q_i}{V_{i0}^2} \Delta V_i = \frac{q_i}{V_{i0}} - \sum_{j=1}^n b_{ij} V_{j0}$$

La relación 9) a su vez puede ser puesta en la forma siguiente:

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} \Delta V_j = \frac{q_i}{V_{i0}} - \sum_{j=1}^n b_{ij} V_{j0}$$

.///.

.///.

donde

$$\text{para } j=i \quad c_{ii} = b_{ii} + \frac{q_i}{V_{i0}^2}$$

$$\text{para } j \neq i \quad c_{ij} = c_{ji} = b_{ji} = b_{ij}$$

y el sistema de (n) ecuaciones q se puede escribir bajo forma de matriz del mismo orden:

$$10) \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{q_1}{V_{10}} \\ \frac{q_2}{V_{20}} \\ \vdots \\ \frac{q_n}{V_{n0}} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ \vdots \\ V_{n0} \end{vmatrix}$$

El método presentado implica un conjunto de cálculos que deben realizarse manualmente o por medio de un calculador numérico. Para predisponer los cálculos y compilar un programa organizador digital se puede seguir el procedimiento descrito detalladamente a continuación.

- a) Se atribuyen valores de primera aproximación tanto a los módulos como a los argumentos de las tensiones de todos los nodos; para los nodos en los que esos valores son desconocidos, se fijan valores arbitrarios todos iguales entre sí.

$$V_{j0} = 1,0 + j \, 0,0 \quad \theta_{j0} = 0^\circ$$

- b) Se introducen los valores de los módulos y de los argumentos de las tensiones fijados en el punto a) en las (n-1) relaciones 3)

$$p_i = P_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\sin \alpha_{ij}}{Z_{ij}}$$

correspondientes a (n-1) nodos, para los cuales están dados como datos del problema los valores de las potencias activas P_i y se determinan los valores de las funciones p_i . Para el nodo en el cual no se conoce la potencia activa, pero se conoce el argumento de la tensión, no se efectúa el cálculo de la función p . La matriz 7) resulta así constituida por (n-1) filas y (n-1) columnas.

- c) Se resuelve con un método numérico el sistema 7) de orden (n-1) obteniéndose los valores de los ángulos θ_i , atribuyendo a las funciones p_i los valores determinados en b).-

$$\begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{vmatrix}$$

.///.

.///.

Los valores así calculados se consideran de segunda aproximación.

- d) Se corrigen los valores de los ángulos θ , prefijados en a), y se introducen todos los valores de los módulos y de los argumentos de las tensiones en las relaciones 5)

$$q_i = Q_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \frac{\sin a_{ij}}{Z_{ij}}$$

correspondientes a los nodos para los cuales se han asignado, como datos del problema, las potencias reactivas Q_i y se determinan los valores de las funciones q_i .

- e) Se resuelve el sistema 10) (de orden igual al número de los nodos para los cuales se conocen los valores), obteniéndose los valores incrementales ΔV_i de las tensiones de los nodos, atribuyendo a las funciones q_i los valores calculados en d).

$$\begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{q_1}{V_{10}} \\ \frac{q_2}{V_{20}} \\ \vdots \\ \frac{q_n}{V_{n0}} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_{10} \\ V_{20} \\ \vdots \\ V_{n0} \end{vmatrix}$$

En base a los valores ΔV_i así calculados se determinan los valores de segunda aproximación de los módulos de las tensiones. Y precisamente: $V_i = V_{i0} + \Delta V_i$

- f) Se determinan para cada nodo las diferencias entre los valores asignados en primera aproximación a los módulos y a los argumentos de las tensiones (punto a) y las que se han obtenido en segunda aproximación (puntos c, e); se comparan por fin los valores de las diferencias con el grado de precisión con que se debe realizar el estudio.

Si la precisión no es satisfactoria, aún solo para uno de los valores calculados, se deben repetir todos los cálculos a partir del punto b). El número de las iteraciones a realizar sucesivamente, depende del grado de precisión al que se quiere llegar.

- g) Las potencias activas y reactivas, los módulos y los argumentos de las tensiones en los nodos se obtienen de los resultados de los cálculos de la última iteración.-

Los valores de las potencias activa y reactiva que entran en todos los cuadrípolos incluidos en el circuito equivalente de la red se calculan respectivamente con las relaciones:

.///.

.///.

$$P_i' = [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\sin \alpha_{ij}}{Z_{ij}} + V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \frac{\cos \alpha_{ij}}{Z_{ij}}$$

$$Q_i' = V_i^2 X_j + [V_i^2 - V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{\cos \alpha_{ij}}{Z_{ij}} - V_i V_j \sin(\theta_i - \theta_j) \frac{\sin \alpha_{ij}}{Z_{ij}}$$

1.6.3 - Funcionamiento en cortocircuito de una red: valores de las tensiones y de las corrientes en régimen.-

Cuando en un punto de la red se establece una falla que persiste por un período suficiente para que se extingan todos los fenómenos dinámicos, las corrientes entregadas por las máquinas sincrónicas están constituidas solo por las corrientes alternas de valor permanente.-

Los valores eficaces de estas corrientes dependen: de la constitución de la red, del punto y del tipo de falla, de las condiciones de excitación, en las distintas máquinas sincrónicas, precedentes al establecimiento del cortocircuito y de la eventual intervención de los reguladores de tensión.

Si no se consideran los efectos de los reguladores de tensión, el cálculo del valor eficaz permanente de la corriente simétrica (aporte de cada máquina) puede ser realizado con el método que se describirá a continuación.-

Se examina la red y se la representa con los circuitos de las impedancias a las corrientes de secuencia positiva, negativa y cero. El circuito de las impedancias a la secuencia positiva es igual al que se debe realizar para los estudios de regulación de la tensión (1.6.2); las máquinas se representan con un bipolo pasivo y una fuerza electro-motriz.

A la reactancia del bipolo debe atribuirse el valor de la reactancia sincrónica directa no saturada X_d . A la fuerza electro-motriz el valor de tensión interna de fase que precedía el establecerse de la falla y precisamente: $E_{cd} = U \cos \delta + X_d I_d$. -

El circuito de las impedancias a la secuencia negativa difiere del circuito a la secuencia positiva. Las máquinas sincrónicas se representan solamente por un bipolo pasivo con un terminal conectado al punto neutro.-

A la reactancia del bipolo debe atribuirse el valor medio de la reactancia subtransitoria según el eje directo y en cuadratura. Cuando se estima despreciable la influencia de los valores de las reactancias de las máquinas sincrónicas sobre los valores de la impedancia vista en el punto de falla (por ejemplo porque está lejos de los terminales de las máquinas) el circuito resulta igual a el de impedancias a la secuencia positiva.-

El circuito de las impedancias a la secuencia cero, difiere de los circuitos a las otras dos secuencias. En efecto los valores de los parámetros que representan uno cualquiera de los elementos de la red (máquinas rotantes, máquinas estáticas o bien líneas) difieren de los valores de los correspondientes parámetros a la secuencia positiva y negativa. El esquema de las conexiones entre los distintos

.///.

.////.

bipolos depende del estado de los neutros y de la conexión de los arrollamientos de las máquinas: entre estas en modo particular la conexión de los arrollamientos de los transformadores y de los autotransformadores.-

Los tres circuitos examinados se transforman reduciendo el número de nodos y de bipolos que los componen. Sin embargo no deben ser incluidos en las reducciones los siguientes nodos:

- aquellos donde se conectan los bipolos que representan las máquinas (a, b, c, i, j);
 - el punto de falla (x);
 - el punto de neutro (n)
- b) Se aplica al circuito de las impedancias a la secuencia negativa entre el punto de falla (x_2) y el neutro (n_2) una fuerza electromotriz; se calcula la corriente inyectada en el circuito y la impedancia D_{2xn} vista entre los puntos (x_2) y (n_2) .-
- La corriente inyectada en el circuito, se reparte entre las distintas ramas. La relación entre la corriente que afecta una cualquiera de ellas (en particular el bipolo de una de las máquinas sincrónicas unida un genérico nodo (i) de la red) y la corriente entrante en el punto de falla (x_2), es el factor de repartición de la corriente da la secuencia negativa (k_{2i}). Se determinan los factores de repartición para todas las ramas correspondientes a las partes de la red para las cuales se deben calcular las corrientes de cortocircuito. Estos factores generalmente se expresan con números complejos.-
- c) Se aplica una fuerza electro-motriz al circuito de las impedancias a la secuencia cero entre el punto de falla (x_0) y el punto de neutro (n_0); se calcula la corriente total inyectada en el circuito, la impedancia D_{0xn} vista entre los puntos (x_0) y (n_0) y los factores de repartición de la corriente a la secuencia cero (k_{0i}) para los elementos de la red examinados precedentemente.
- d) Se aplican al circuito de impedancias a la secuencia positiva las fuerzas electro-motrices correspondientes a las tensiones internas sincrónicas no saturadas de todas las máquinas y se conecta el punto de falla (x_i) al neutro (n_i) directamente o no (por intermedio de las impedancias equivalentes a los circuitos o las otras dos secuencias D_{2xn} , D_{0xn}) según un esquema apropiado al tipo de falla, como se indica en la fig.13.-

El circuito así obtenido sirve para determinar los módulos y los argumentos de algunas magnitudes. Precisamente:

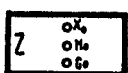
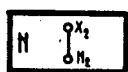
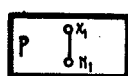
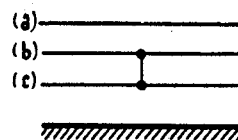
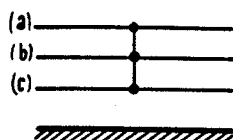
- la corriente a la secuencia positiva I_{d1xn} que sale del nodo (x_i) y entra en el punto (n_i);
- las corrientes a la secuencia positiva I_{d1i} que circulan en un bipolo cualquiera correspondiente a la parte de la red para la cual se deben realizar los cálculos de las corrientes de cortocircuito;
- las corrientes I_{d2xn} , I_{d0xn} que circulan en las impedancias

.////.

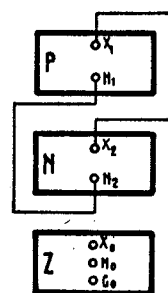
./././.

D_{2xn} , D_{oxn} equivalentes a los circuitos de secuencia negativa y cero, en los casos en que estos bipolos esten conectados entre los puntos (x_1) , (n_1) ;

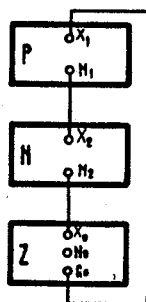
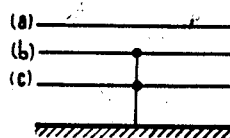
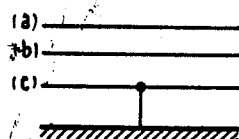
- la tensión E_{d1x} del punto (x_1) respecto a los puntos (n_1) ;
- las tensiones E_{dlin} de un punto genérico i de la red de las impedancias a la secuencia positiva respecto al punto (n_1) ;



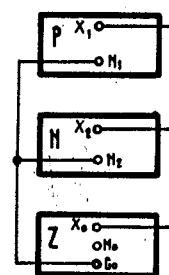
FALLA TRIFASICA AISLADA DE TIERRA



FALLA ENTRE DOS FASES



FALLA ENTRE UNA FASE Y LA TIERRA



FALLA ENTRE DOS FASES Y LA TIERRA

Fig. 13

- P circuito equivalente a la secuencia positiva;
 N circuito equivalente a la secuencia negativa;
 Z circuito equivalente a la secuencia cero;
 x_1, x_2, x_0 punto de falla de los circuitos a las distintas secuencias.
 n_1, n_2, n_0 punto de neutro a las distintas secuencias;
 G_0 tierra.

./././.

./../.

- las caídas de tensión E_{d2xn} , E_{doxn} en bornes de las impedancias D_{2xn} , D_{oxn} equivalentes a los circuitos a la secuencia negativa y cero, en los casos en que estos bipolos estén conectados entre los puntos (x_1) , (n_1) ;
 - e) Se multiplican los factores de repartición k_{2i} y k_{oi} por la correspondiente corriente I_{d2xn} , I_{doxn} y se obtienen así las corrientes a la secuencia negativa y cero, que circulan en las partes de la red I_{d2i} , I_{doi} .
- Con estas corrientes I_{d2i} , I_{doi} en los circuitos de impedancias a la secuencia negativa y cero y se calculan las caídas de tensión que se presentan en estos circuitos entre los nodos (i) y el neutro (n) E_{d2in} , E_{doin} .
- f) Los valores eficaces permanentes de las corrientes simétricas de cortocircuito una vez que, se ha alcanzado en las tres fases de un elemento cualquiera de la red, y de las tensiones de fase en un nodo cualquiera de la misma red, se calculan en función de las corrientes a las distintas secuencias, y de las tensiones a la secuencia negativa y cero.-

$$\begin{aligned}\bar{I}_{ai} &= \bar{I}_{doi} + \bar{I}_{d1i} + \bar{I}_{d2i} \\ \bar{I}_{bi} &= \bar{I}_{doi} + \alpha^2 \bar{I}_{d1i} + \alpha \bar{I}_{d2i} \\ \bar{I}_{ci} &= \bar{I}_{doi} + \alpha \bar{I}_{d1i} + \alpha^2 \bar{I}_{d2i} \\ \bar{E}_{ai} &= \bar{E}_{doin} + \bar{E}_{d1in} + \bar{E}_{d2in} \\ \bar{E}_{bi} &= \bar{E}_{doin} + \alpha^2 \bar{E}_{d1in} + \alpha \bar{E}_{d2in} \\ \bar{E}_{ci} &= \bar{E}_{doin} + \alpha \bar{E}_{d1in} + \alpha^2 \bar{E}_{d2in}\end{aligned}$$

siendo:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,5 + j0,866 = e^{+j\frac{2\pi}{3}} \\ \alpha^2 &= -0,5 - j0,866 = e^{+j\frac{4\pi}{3}}\end{aligned}$$

Las corrientes y las tensiones de distinta secuencia se distinguen con la letra d por que se refieren a los ejes directos de las máquinas sincrónicas.

NOTA

Las relaciones de las tensiones y de las corrientes a las distintas secuencias, que subsisten para las magnitudes correspondientes al punto de falla (x) , no son aplicables generalmente a los otros puntos de la red como tampoco a los terminales de la máquina sincrónica. Para aclarar esta observación se muestran las relaciones a las cuales se hace referencia.

./../.

./../.

Falla trifásica a tierra:

$$E_{d1xn} = E_{d2xn} = E_{d0xn} = 0$$

Falla trifásica aislada de tierra:

$$\bar{E}_{d1xn} = \bar{E}_{d2xn} = \bar{E}_{d0xn} = 0, \quad \bar{I}_{d0xn} = 0$$

Falla entre dos fases:

$$\bar{E}_{d1xn} = \bar{E}_{d2xn} = \bar{D}_{2xn} \bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d2xn} = -\bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d0xn} = 0$$

Falla entre una fase y tierra:

$$\bar{E}_{d1xn} = -(\bar{E}_{d2xn} + \bar{E}_{d0xn}) = (\bar{D}_{2xn} + \bar{D}_{0xn}) \bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d1xn} = \bar{I}_{d2xn} = \bar{I}_{d0xn}$$

Falla entre dos fases y la tierra:

$$\bar{E}_{d1xn} = \bar{E}_{d2xn} = \bar{E}_{d0xn} = \frac{\bar{D}_{2xn} \bar{D}_{0xn}}{\bar{D}_{2xn} + \bar{D}_{0xn}} \bar{I}_{d1xn}, \quad \bar{I}_{d0xn} + \bar{I}_{d2xn} = -\bar{I}_{d1xn}$$

1.6.4 - Funcionamientos en cortocircuito de una red: constantes de tiempo de las tensiones internas de las máquinas sincrónicas y de las corrientes aporte de cada máquina.-

Examinemos los circuitos de las impedancias y admitancias a la secuencia positiva, negativa y cero descritos en el punto a) del paragrafo (1.6.3). Para aplicar las propiedades, que se han discutido en el paragrafo (1.6.1) se reducen a solo sus parámetros inductivos todos los elementos de la red despreciando las resistencias, las susceptancias capacitivas de las líneas y las admitancias de las cargas.

En este punto examinamos en particular las redes a la secuencia negativa y cero. Conectense los terminales de los bipolos, que representan las reactancias funcionales de las máquinas sincrónicas a los respectivos puntos del neutro y se evalúan las reactancias equivalentes X_{2xn} , X_{0xn} , ambas vistas en el punto de falla respecto al punto de neutro.-

Tómese en examen la red a la secuencia positiva; se conecta el punto de falla al punto de neutro directamente o no (por intermedio de las reactancias equivalentes a los circuitos de las otras dos secuencias X_{2xn} , X_{0xn}) según un esquema que tenga en cuenta oportunamente el tipo de falla. Se aplica una fuerza electro-motriz al terminal de la reactancia sincrónica no saturada de una de las máquinas, y se conectan los terminales correspondientes de las otras máquinas al punto de neutro y se evalúa la reactancia equivalente, vista entre el terminal de la máquina tomada en consideración y el neutro. El valor de la reactancia calculada disminuida en la reactancia sincrónica no saturada de la máquina considerada, es el de la reactancia X externa. Tal reactancia interviene modificando las constantes de tiempo transitoria y subtransitoria en vacío de la máquina misma, como resulta precisamente de las relaciones:

./../.

.///.

$$T'_d = T'_{d0} \frac{X'_d + X}{X_d + X}$$

$$T''_d = T''_{d0} \frac{X''_d + X}{X'_d + X}$$

$$T''_q = T''_{q0} \frac{X''_q + X}{X_q + X}$$

El valor de la reactancia externa X no sería aplicable al cálculo de la constante de tiempo T''_q en cuanto las reactancias sincrónicas no saturadas según el eje en cuadratura pueden ser distintas de las correspondientes la eje directo. Las diferencias que se encuentran no son en general tales que justifiquen un cálculo riguroso. Se modifican ulteriormente los circuitos de las tres secuencias agregando a cada bipolo las resistencias propias y se repiten las determinaciones que se han efectuado en los circuitos con reactancias solamente. De este modo se obtiene el valor de una impedancia externa Z . La parte inductiva X (que según la constitución de la red puede diferir de la reactancia externa precedentemente determinada) y la parte resistiva R modifican la constante de tiempo propia del circuito de inducido de la máquina según la relación:

$$T_a = \frac{X_2 + X}{2\pi f(R_a + R)}$$

Estas determinaciones se deben repetir para todas las máquinas conectadas a la red. Se llega de este modo a evaluar las constantes de tiempo según las cuales varían los valores instantáneos de las tensiones internas ficticias y de las cuales dependen los valores instantáneos de las corrientes de cortocircuito simétricas y unidireccionales, aportadas por cada una de las máquinas.-

1.6.5 - Funcionamientos en cortocircuito de una red: valores transitorios de las tensiones internas y de las corrientes simétricas.-

Supongamos conocer las condiciones de funcionamiento en carga (1.6.2) y en cortocircuito permanente (1.6.3) de todas las máquinas sincrónicas.

Evaluamos sucesivamente para cada máquina las tensiones internas transitorias iniciales:

$$E'_d(t) = (E'_d - E'_{d(\infty)}) e^{-t/T'_d} + E'_{d(\infty)}$$

y los valores finales a que tienden estas tensiones:

$$(E'_{d(\infty)} = E_{c\delta} - (X_d - X'_d) I_{d1} \quad (*)$$

.///.

.////.

NOTA

La caída de tensión incluida en esta depende de la corriente de secuencia positiva, porque la acción desmagnetizante de la reacción de inducido es debida solamente a esta corriente.

Los valores de las tensiones internas transitorias que se suceden en distintos instantes t , se obtienen aplicando las relaciones:

$$E_d' = U \cos \delta + X_d' I_{ld} = E_{c\delta} - (X_d - X_d') I_{ld}$$

de las cuales se conocen todas las magnitudes una vez determinadas las constantes de tiempo T_d' con el procedimiento descrito en el paragrafo(1.6.4).-

Considerese el circuito examinado en el punto d) del paragrafo 1.6.3, sustituyanase las tensiones internas sincrónicas $E_{c\delta}$ y las reactancias sincrónicas no saturadas X_d por las tensiones internas transitorias E_d' y las reactancias transitorias directas X_d' , teniendo en cuenta que los vectores $E_{c\delta}$ y $E_d'(t)$ de cada máquina estan en fase. El circuito así obtenido sirve para determinar paso a paso los módulos y los argumentos de las magnitudes tomadas en consideración en el punto d) del paragrafo 1.6.3; obviamente los valores de los módulos así obtenidos de las corrientes y de las tensiones de las tres secuencias son transitorios y por lo tanto incluyen tanto las componentes transitorias, como permanentes.-

Para todos los instantes tomados en consideración, se realizan ademas las determinaciones que se han descrito en el punto e) del paragrafo 1.6.3. De esta manera resultan determinados en el tiempo los valores transitorios de las corrientes de cortocircuito de las tres secuencias tanto la variación en el tiempo de los valores transitorios de la tensión de secuencia positiva como de las caídas de tensión de secuencia negativa y cero.-

Estas magnitudes serán indicadas en los paragrafos siguientes con las notaciones:

$$\begin{array}{ccc} \bar{I}_{d1i}' & , & \bar{I}_{d2i}' & , & \bar{I}_{d0i}' \\ \bar{E}_{d1in}' & , & \bar{E}_{d2in}' & , & \bar{E}_{d0in}' \end{array}$$

1.6.6. - Funcionamiento en cortocircuito de una red: valores según los ejes directos de las componentes subtransitorias de las tensiones internas y de las corrientes simétricas.

Supongamos conocer las condiciones de funcionamiento en carga (1.6.2) y de funcionamiento en cortocircuito transitorio (1.6.5) de todas las máquinas sincrónicas.

Evaluamos sucesivamente las tensiones internas subtransitorias iniciales según los ejes directos:

.////.

.///.

$$E_d'' = U \cos \delta + X_d'' I_{ld} = E_{c\delta} - (X_d - X_d'') I_{ld} = E_d' - (X_d' - X_d'') I_{ld}$$

y los valores que asumirían estas tensiones si no existiesen los fenómenos subtransitorios y si se atribuyeran a las reactancias funcionales los valores de las subtransitorias directas:

$$X_d'' I_{d1}' = E_{d(\infty)}'' = E_d' - (X_d' - X_d'') I_{d1}'$$

Los valores de las componentes subtransitorias de las tensiones internas directas que se suceden en los distintos instantes (t) se obtienen aplicando las relaciones:

$$\Delta E_d''(t) = (E_d'' - E_{d(\infty)}'') e^{-t/T_d''}$$

de las cuales se conocen todas las magnitudes una vez determinadas las constantes de tiempo T_d'' con el procedimiento descrito en el paragrafo (1.6.4).-

Considerese el circuito tomado en examen en el punto d) del paragrafo (1.6.3), sustituyase en él las tensiones internas sincrónicas $E_{c\delta}$

y las reactancias sincrónicas no saturadas X_d , por las tensiones $\Delta E_d''(t)$ y las reactancias subtransitorias directas X_d'' , teniendo en cuenta que los vectores $\Delta E_d''$ y $E_{c\delta}$ de cada máquina están en fase. El circuito así obtenido sirve para determinar paso a paso los módulos y los argumentos de las componentes subtransitorias directas para las magnitudes tomadas en consideración en el punto d) del paragrafo (1.6.3).

Además para todos los instantes tomados en consideración se realizan las determinaciones que se han descrito en el punto e) del paragrafo (1.6.3). De tal manera resultan conocidos tanto la variación en el tiempo de las componentes subtransitorias directas de las corrientes de cortocircuito de las tres secuencias, como la variación en el tiempo de las componentes subtransitorias directas de la tensión a la secuencia positiva y las caídas de tensión a la secuencia negativa y cero. Estas magnitudes serán indicadas en los paragrafos siguientes con las notaciones:

$$\begin{aligned} \Delta I_{d1i}'' & , \quad \Delta I_{d2i}'' & , \quad \Delta I_{d0i}'' \\ \Delta E_{d1in}'' & , \quad \Delta E_{d2in}'' & , \quad \Delta E_{d0in}'' \end{aligned}$$

.///.

.///.

1.6.7 - Funcionamientos en cortocircuito de una red: valores según los ejes en cuadratura de las tensiones internas y de las corrientes simétricas.

Supongamos conocer siempre las condiciones de funcionamiento en carga (1.6.2) de todas las máquinas sincrónicas.

Evaluamos las tensiones internas subtransitorias iniciales según los ejes en cuadratura:

$$E_q'' = U \sin \delta - X_q'' I_{lq} = (X_q - X_q'') I_{lq}$$

Los valores de las tensiones internas subtransitorias según los ejes en cuadratura, que se suceden en distintos instantes, se obtienen aplicando las relaciones:

$$E_q''(t) = (X_q - X_q'') I_{lq} e^{-t/T_q''}$$

de las cuales se conocen todas las magnitudes, una vez determinadas las constantes de tiempo T_q'' con el procedimiento descrito en el paragrafo (1.6.4).

Considerese el circuito examinado en el punto d) del paragrafo (1.6.3), sustituyan en él las tensiones internas sincrónicas $E_{c\delta}$ y las reactancias sincrónicas no saturadas X_q , por las tensiones internas subtransitorias $E_q''(t)$ y la reactancia subtransitoria X_q'' , teniendo en cuenta que los vectores E_q'' y $E_{c\delta}$ de cada máquina están en cuadratura. El circuito así obtenido sirve para determinar paso a paso los módulos y los argumentos de las componentes subtransitorias en cuadratura de las magnitudes consideradas en el punto d) del paragrafo (1.6.3).-

Efectuese además para todos los instantes considerados las determinaciones que se han descrito en el punto d) del paragrafo (1.6.3). De este modo resultan conocidos tanto la variación en el tiempo de los valores subtransitorios en cuadratura de las corrientes de cortocircuito de las tres secuencias, como la variación en el tiempo de los valores subtransitorios en cuadratura de la tensión a la secuencia positiva y de las caídas de tensión a la secuencia negativa y cero. Tales magnitudes se indicarán en los párrafos siguientes con las notaciones:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{q1i}'' , \bar{I}_{q2i}'' , \bar{I}_{q0i}'' \\ \bar{E}_{q1in}'' , \bar{E}_{q2in}'' , \bar{E}_{q0in}'' \end{aligned}$$

1.6.8 - Funcionamientos en cortocircuito de una red:

- valores eficaces de fase de las corrientes alternas simétricas.
- valores instantáneos de fase de las corriente unidireccionales.
- valores eficaces de fase de las corrientes alternas totales.

.///.

.///.

Los valores eficaces de la corriente alterna de las fases de una máquina sincrónica se pueden calcular para cada instante con los módulos de las componentes según los ejes directos y según los ejes en cuadratura, ambos expresados en valores eficaces. Precisamente:

$$I_{ai} = \sqrt{I_{adi}^2 + I_{aqi}^2}$$

$$I_{bi} = \sqrt{I_{bdi}^2 + I_{bqi}^2}$$

$$I_{ci} = \sqrt{I_{cdi}^2 + I_{cqi}^2}$$

Reescribimos aquí las expresiones de dichas componentes. Ellas se obtienen de las componentes subtransitorias (1.6.6 - 1.6.7) y de las corrientes transitorias (1.6.5) aplicando las relaciones vectoriales:

Componentes según los ejes directos

$$\bar{I}_{adi} = (\Delta \bar{I}_{d0i}'' + \bar{I}_{d0i}') + (\Delta \bar{I}_{d1i}'' + \bar{I}_{d1i}') + (\Delta \bar{I}_{d2i}'' + \bar{I}_{d2i}')$$

$$\bar{I}_{bdi} = (\Delta \bar{I}_{d0i}'' + \bar{I}_{d0i}') + a^2 (\Delta \bar{I}_{d1i}'' + \bar{I}_{d1i}') + a (\Delta \bar{I}_{d2i}'' + \bar{I}_{d2i}')$$

$$\bar{I}_{cdi} = (\Delta \bar{I}_{d0i}'' + \bar{I}_{d0i}') + a (\Delta \bar{I}_{d1i}'' + \bar{I}_{d1i}') + a^2 (\Delta \bar{I}_{d2i}'' + \bar{I}_{d2i}')$$

Componentes según los ejes en cuadratura

$$\bar{I}_{aqi} = \bar{I}_{q0i}'' + \bar{I}_{q1i}'' + \bar{I}_{q2i}''$$

$$\bar{I}_{bqi} = \bar{I}_{q0i}'' + a^2 \bar{I}_{q1i}'' + a \bar{I}_{q2i}''$$

$$\bar{I}_{cqi} = \bar{I}_{q0i}'' + a \bar{I}_{q1i}'' + a^2 \bar{I}_{q2i}''$$

Los valores iniciales de la corriente unidireccional de fase se pueden calcular de los valores iniciales subtransitorios simétricos sustrayendo a ellos los valores de la corriente que la máquina entregaba en el instante en que se estableció la falla. Precisamente.

$$I_{adc(0)} = \sqrt{2} \sqrt{(I_{adi(0)}'' - I_{ald})^2 + (I_{aqi(0)}'' - I_{alq})^2}$$

$$I_{bdc(0)} = \sqrt{2} \sqrt{(I_{bdi(0)}'' - I_{bld})^2 + (I_{bqi(0)}'' - I_{blq})^2}$$

$$I_{cdc(0)} = \sqrt{2} \sqrt{(I_{cdi(0)}'' - I_{cld})^2 + (I_{cqi(0)}'' - I_{clq})^2}$$

.///.

.///.

Los valores **iniciales** de las corrientes unidireccionales decrecen en el tiempo exponencialmente según la constante de tiempo T_a de la máquina en exámen (1.6.4).-

Los valores eficaces de la corriente total o asimétrica de fase se pueden calcular instante a instante con los módulos de las corrientes alternas y las corrientes unidireccionales, los primeros expresados en valores eficaces:

$$I_{ai}(asim) = \sqrt{I_{ai}^2 + I_{adci}^2}$$

$$I_{bi}(asim) = \sqrt{I_{bi}^2 + I_{bdci}^2}$$

$$I_{ci}(asim) = \sqrt{I_{ci}^2 + I_{cdci}^2}$$

Observaciones:

Para cada máquina sincrónica en funcionamiento antes del cortocircuito en carga existen dos instantes distintos de inicio del cortocircuito que tornan máximos los valores de la corriente alterna o de la unidireccional. A estos instantes corresponden dos valores particulares del ángulo ψ , se determinan trazando los diagramas vectoriales de Potier o de Blondel, como se indica en las figuras 10-11, completándolos con los vectores de las tensiones internas subtransitorias y transitorias. Los diagramas deben ser dispuestos de manera que conservan los defasajes existentes entre las tensiones de las distintas máquinas. Partiendo de una representación vectorial así obtenida, es posible aplicar las relaciones analíticas obtenidas y discutidas en los puntos c_1 y c_2 del paragrafo (1.5.2). El método usado para determinar los valores **iniciales** de las corrientes alternas de segunda armónica de las máquinas anisótropas. Estas corrientes quedan incluidas en las corrientes unidireccionales.-

1.6.9 - Relaciones vectoriales entre las corrientes alternas y unidireccionales de fase durante las fallas desequilibradas.

Falla entre dos fases aislada de tierra.-

En el punto de falla la corriente a la secuencia positiva tiene módulo igual y contrario a la corriente a la secuencia negativa, mientras es de valor nulo la corriente a la secuencia cero. En la fase no afectada por la falla por lo tanto la corriente alterna resulta de valor nulo, mientras en las otras dos fases estas corrientes resultan:

$$\bar{I}_{bxn} = a^2 \bar{I}_{1xn} + a \bar{I}_{2xn} = (a^2 - a) \bar{I}_{1xn} = -j\sqrt{3} \bar{I}_{1xn}$$

$$\bar{I}_{cxn} = a \bar{I}_{1xn} + a^2 \bar{I}_{2xn} = (a - a^2) \bar{I}_{1xn} = +j\sqrt{3} \bar{I}_{1xn}$$

.///.

.///.

Los ángulos entre las corrientes a los dos distintas secuencias se mantienen iguales, cualquiera sea el elemento de la red tomado en consideración.-

Al variar el elemento en cambio, varía la relación entre el módulo de la corriente de secuencia positiva y aquel de la corriente de secuencia negativa.-

Por lo tanto en cualquier elemento de la red en el cual resulte $I_2 = -kI_1$ las corrientes de las tres fases resultan:

$$\bar{I}_a = \bar{I}_1 - k\bar{I}_1 = (1-k)\bar{I}_1$$

$$\bar{I}_b = \alpha^2 \bar{I}_1 - \alpha k \bar{I}_1 = -0,5(1-k)\bar{I}_1 - j \frac{\sqrt{3}}{2} (1+k)\bar{I}_1$$

$$\bar{I}_c = \alpha \bar{I}_1 - \alpha^2 k \bar{I}_1 = -0,5(1-k)\bar{I}_1 + j \frac{\sqrt{3}}{2} (1+k)\bar{I}_1$$

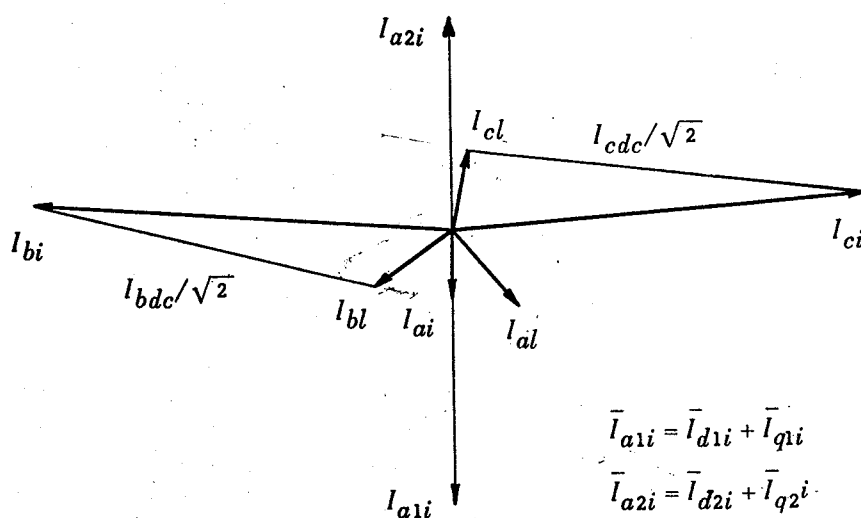


Fig. 14

y en módulo:

$$I_a = (1-k)I_1$$

$$I_b = I_c = \sqrt{(1+k+k^2)}I_1$$

.///.

.///.

En la fig. 14 se muestran las relaciones vectoriales que existen entre las corrientes alternas y las corrientes unidireccionales de las distintas fases.-

Falla entre dos fases y tierra.-

En el punto de falla la corriente de secuencia positiva es igual y contraria a la suma vectorial de las corrientes de secuencia negativa y cero:

$$\bar{I}_{1xn} = -(\bar{I}_{2xn} + \bar{I}_{0xn})$$

Por lo tanto la corriente alterna de la fase no afectada por la falla resulta nula, mientras estas corrientes en las otras dos fases resultan:

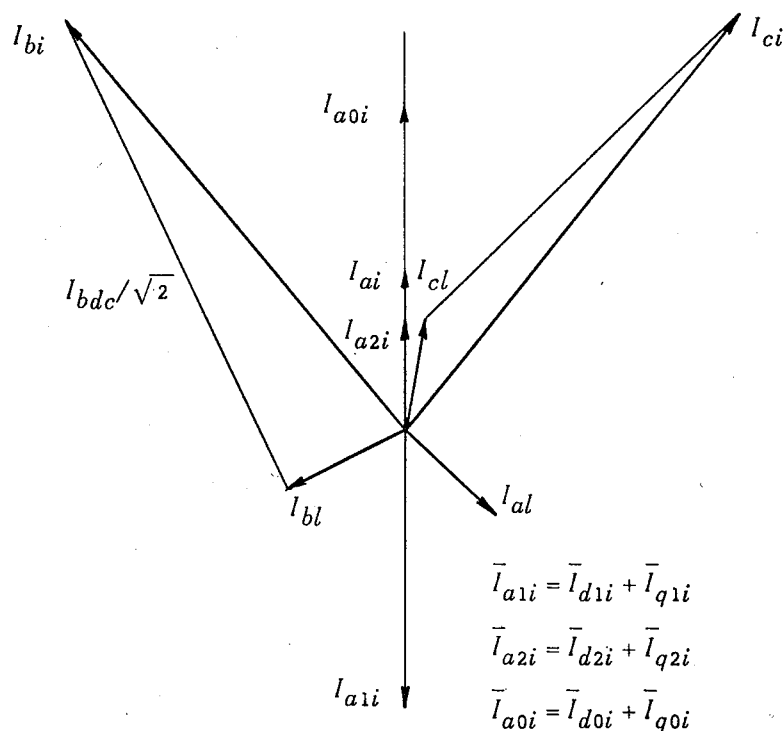


Fig. 15

$$\begin{aligned}\bar{I}_{bxn} &= 1,5 \bar{I}_{0xn} + j\sqrt{3} \bar{I}_{2xn} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_{0xn} \\ \bar{I}_{c xn} &= 1,5 \bar{I}_{0xn} - j\sqrt{3} \bar{I}_{2xn} - i \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_{0xn}\end{aligned}$$

.///.

.///.

Los ángulos entre las corrientes de las tres secuencias se mantienen idénticas cualquiera sea el elemento de la red considerado, mientras el módulo de la suma de las corrientes a la secuencia negativa y de secuencia cero no es igual al módulo de la corriente a la secuencia negativa.-

Con referencia a una red en la cual en el punto de la falla la corriente de secuencia negativa está en fase con la corriente de secuencia cero, las corrientes alternas y las corrientes unidireccionales de las fases de un genérico elemento satisfacen las relaciones vectoriales mostradas en la fig. 15.-

Falla entre una fase y tierra.

En el punto de falla las corrientes de secuencia positiva, negativa y cero están en fase entre sí y son iguales en módulo. Por lo tanto

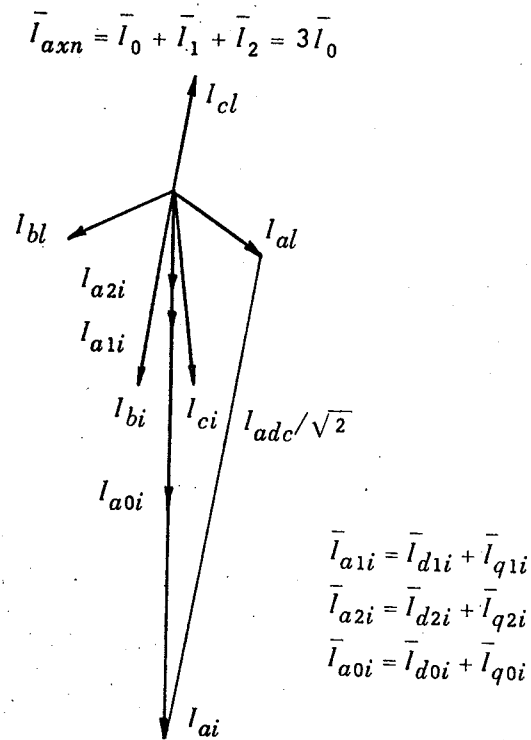


Fig. 16

en las dos fases no afectadas por la falla, las corrientes alternas resultan de valor nulo, mientras en la fase con falla la corriente resulta:

$$\bar{I}_{axn} = \bar{I}_0 + \bar{I}_1 + \bar{I}_2 = 3\bar{I}_0$$

.///.

.///.

Los ángulos entre las corrientes de las tres secuencias se mantienen inalterables cualquiera sea el elemento de la red, mientras los módulos de las corrientes a las tres secuencias son generalmente distintos entre sí.-

En la fig. 16 se muestran las relaciones vectoriales de las corrientes alternas y unidireccionales de un elemento genérico.-

1.7 - FALLA TRIFASICA DE UNA RED ALIMENTADA POR UNA MAQUINA SINCRONICA CUANDO LOS EFECTOS DE LAS RESISTENCIAS NO SON DESPRECIABLES.

1.7.1 - Generalidades.

Cuando los circuitos presentan resistencia cuyos valores limitan apreciablemente las corrientes de cortocircuito, no pueden aplicarse los métodos examinados en los paragrafos precedentes. Hasta ahora en efecto se han ejecutado los cálculos considerando de valor despreciable todas las resistencias respecto de las reactancias, mientras que las resistencias han sido tomadas en consideración solamente para evaluar las constantes de tiempo de las corrientes unidireccionales y las corrientes de segunda armónica.

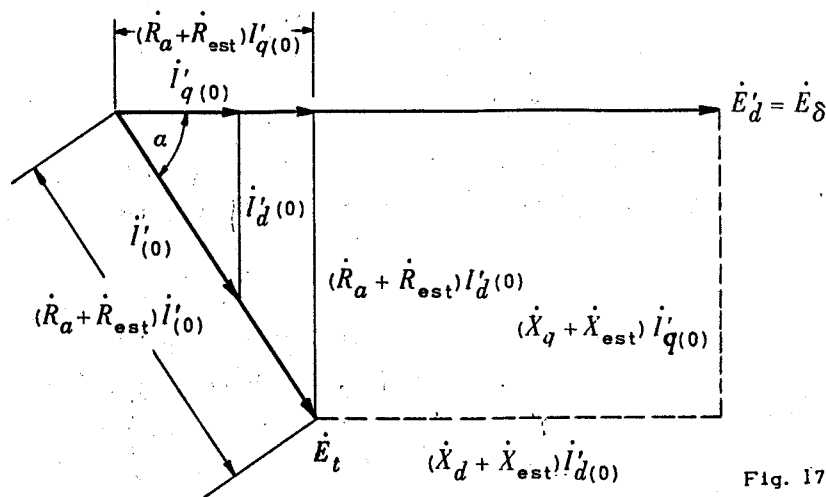
Al caso en estudio se puede aplicar el método, descrito a continuación, basado en la utilización del circuito equivalente de una máquina ficticia.-

Por simplicidad en el desarrollo consideramos una red alimentada por una máquina sincrónica: la falla es trifásica y situada en un punto cualquiera de la red. Evaluemos inicialmente la impedancia vista desde el punto de falla respecto a los terminales de la máquina misma y equivalente a los circuitos externos. Separemos el parámetro resistivo (R_{est}) de la impedancia del inductivo (X_{est}).-

Sustituyamos la máquina real y la red externa con una máquina ficticia. Las constantes funcionales de esta máquina real ($X_d, X_q, X'_d, X''_d, X'_q, X''_q$) aumentadas en el valor de la reactancia externa. En consecuencia la carga no puede ser mas que resistiva e igual a la disipada por la resistencia del inducido (R_a) de la máquina real y por la resistencia externa.;

La tensión en los terminales de la máquina ficticia resulta igual a la tensión aplicada al elemento resistivo. La corriente resulta defasada respecto a la fuerza electro-motriz interna y presenta dos componentes de valor no nulo: una según el eje directo y otra según el eje en cuadratura. La componente alterna directa de la corriente causa caídas de tensión en las reactancias funcionales según el eje directo ($X_{est} + X_d$), ($X_{est} + X'_d$), ($X_{est} + X''_d$). La componente alterna en cuadratura de la corriente causa en cambio caídas de tensión en las reactancias funcionales según el eje en cuadratura ($X_{est} + X_q$), ($X_{est} + X'_q$), ($X_{est} + X''_q$).-

.///.



1.7.2 - Determinación de la corriente total asimétrica.-

Para simplificar el desarrollo, haremos referencia a una máquina; sin espiras de amortiguamiento funcionando en vacío, antes de que se establezca el cortocircuito. De la fig. 17, en la cual E es la tensión de funcionamiento en vacío perteneciente a la característica rectilínea, $I'_{(0)}$ es el valor inicial de la corriente alterna de cortocircuito y E_t el valor de la tensión en los terminales de la máquina ficticia en el instante inicial del cortocircuito, se obtienen las siguientes relaciones:

$$I'_{d(0)} = I'_{(0)} \sin \alpha = \frac{\dot{E}_t \sin \alpha}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})}$$

$$\dot{I}'_{q(0)} = \dot{I}'_{(0)} \cos \alpha = \frac{\dot{E}_t \cos \alpha}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})}$$

$$\dot{E}'_d = \dot{E}_t \cos \alpha + \dot{l}'_{d(0)} (\dot{X}'_d + \dot{X}_{\text{est}}) = \dot{E}_t \cos \alpha + \dot{E}_t \sin \alpha \frac{(\dot{X}'_d + \dot{X}_{\text{est}})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})}$$

$$\dot{I}_{q(0)}(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}}) = \dot{E}_t \sin \alpha = \dot{E}_t \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}{(\dot{R}_\alpha + \dot{R}_{\text{est}})} \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})}$$

$$\cos \alpha = \frac{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})}{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_a + \dot{X}_{est})^2}}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})^2}}$$

$$[1] \quad \dot{E}_t = \dot{E}'_d (\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}}) \frac{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})^2}}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{\text{est}})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{\text{est}})(\dot{X}_q + \dot{X}_{\text{est}})}$$

$$[2] \quad \dot{I}'_{(0)} = \dot{E}'_d \frac{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{est})^2}}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

.//.

Análoga relación puede escribirse para el valor permanente de la corriente de cortocircuito:

$$[3] \quad i = \dot{E}'_d \frac{\sqrt{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_q + \dot{X}_{est})^2}}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

Las componentes según el eje directo de la corriente inicial transitoria y de la corriente permanente resultan:

$$[4] \quad i'_{d(0)} = i'_{(0)} \operatorname{sen} \alpha = \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

$$[5] \quad i_d = i \operatorname{sen} \alpha = \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

La corriente unidireccional de cortocircuito presenta un valor inicial igual y contrario al inicial de la corriente alterna; en la condición de máxima asimetría es igual a $\sqrt{2} I'_{(0)}$. La componente transitoria de la corriente alterna y la corriente unidireccional decrecen según constantes de tiempo que dependen de los parámetros de la máquina y de los circuitos externos.-

Refiriéndonos a las consideraciones desarrolladas en el paragrafo 1.2.5, nota III, advertimos que en el instante en que se establece un cortocircuito en red, la corriente de excitación unidireccional de la máquina sincrónica sufre un incremento cuyo valor relativo es igual a:

$$[6] \quad \Delta i_{ecc} = i'_{d(0)} [(\dot{X}_d + \dot{X}_{est}) - (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})]$$

En el caso en estudio la relación (6) resulta:

$$\Delta i_{ecc} = \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

y por lo tanto en el instante inicial del cortocircuito el valor relativo de la corriente de excitación resulta igual a:

$$[7] \quad \begin{aligned} i_{ecc(0)} &= \dot{E}'_d + \dot{E}'_d \frac{(\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})} \\ &= \dot{E}'_d \left[1 + \frac{(\dot{X}_d - \dot{X}'_d)(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})} \right] \\ &= \dot{E}'_d \left[\frac{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}'_d + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})} \right] \end{aligned}$$

.///.

.///.

La constante de tiempo de la componente transitoria de la corriente alterna es proporcional a la constante de tiempo en vacío de la máquina y a la relación entre el valor asumido por la corriente de excitación antes y después del inicio del cortocircuito.

Por lo tanto:

$$[8] \quad T_d' = T_{d0}' \frac{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d' + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}{(\dot{R}_a + \dot{R}_{est})^2 + (\dot{X}_d' + \dot{X}_{est})(\dot{X}_q + \dot{X}_{est})}$$

La constante de tiempo de la corriente unidireccional de cortocircuito depende solamente de los parámetros de inducido y de los circuitos a él conectados. Se obtiene con la relación:

$$[9] \quad T_a = \frac{(X_2 + X_{est})}{2\pi f(R_a + R_{est})}$$

Los valores eficaces de las corrientes alternas de cortocircuito se obtienen en cambio componiendo los valores eficaces transitorios (2) y permanentes (3).-

$$I = [(i'_{(0)} - i) e^{-t/T_d'} + i] I_n$$

Los valores instantáneos de las corrientes alternas de cortocircuito referidos a un instante genérico de inicio del cortocircuito, se expresan para las tres fases con las relaciones:

$$[10a] \quad i_a = -\sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi - \alpha)$$

$$[10b] \quad i_b = -\sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \psi - \alpha - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$[10c] \quad i_c = -\sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \psi - \alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Las corrientes alternas de las tres fases compuestas con las respectivas corrientes unidireccionales con los valores instantáneos de las corrientes totales asimétricas. Y precisamente:

$$[11a] \quad i_a = -\sqrt{2}I \sin(\omega t + \psi - \alpha) + \sqrt{2}I'_{(0)} \sin(\psi - \alpha) e^{-t/T_a}$$

$$[11b] \quad i_b = -\sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \psi - \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2}I'_{(0)} \sin\left(\psi - \alpha - \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

$$[11c] \quad i_c = -\sqrt{2}I \sin\left(\omega t + \psi - \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) + \sqrt{2}I'_{(0)} \sin\left(\psi - \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) e^{-t/T_a}$$

El método de cálculo presentado en este paragrafo se puede extender al caso en que la máquina funcionaba en carga antes del cortocircuito. En tal caso, los valores de las tensiones internas deben ser calculados en función de la carga, porque de la carga depende el valor inicial transitorio y el valor permanente de la corriente alterna de cortocircuito.-

.///.

.///.

$$\dot{E}_{c\delta} \neq \dot{U} = \dot{U} \cos \delta + \dot{X}_d i_{ld}$$

$$\dot{E}'_d \neq \dot{U} = \dot{E}_{c\delta} - (\dot{X}_d - \dot{X}'_d) i_{ld}$$

La corriente unidireccional se calcula como diferencia vectorial entre los valores máximos de la corriente transitoria inicial y de carga. Debe además notarse que para las máquinas sincrónicas con espiras de amortiguamiento es necesario calcular las componentes subtransitorias: esto implica el cálculo de las tensiones internas subtransitorias directas y en cuadratura. Pero cuando la impedancia equivalente a los circuitos externos es de valor preponderante respecto a las reactancias funcionales (subtransitoria y transitoria) la componente subtransitoria alterna resulta despreciable en valor y duración.-