

FUNCIONAMIENTO EN CORTOCIRCUITO DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS

CCA01.PDF

A - 1	Apendice - Coeficientes de inductancia de las maquinas sincronicas	172 / 177
--------------	---	------------------

APENDICE

1 - COEFICIENTES DE INDUCTANCIA DE LAS MAQUINAS SINCRONICAS.

1.1 Arrollamientos del rotor.

Si se desprecian los efectos de las ranuras de estator, los valores instantáneos de los coeficientes de autoinducción para todos los arrollamientos del rotor no dependen de la posición del rotor mismo. Análoga propiedad es válida para los coeficientes de inducción mutua entre arrollamiento inductor y arrollamiento amortiguador que actúa según el eje directo. En cambio entre el arrollamiento amortiguador simétrico al eje en cuadratura y los otros arrollamientos del rotor no existen concatenamientos del flujo.

Por lo tanto los coeficientes de inductancia de los arrollamientos f , x_d , x_q del rotor se pueden indicar con los símbolos de la tabla I: La constancia en el tiempo de sus valores instantáneos se indica con el símbolo L .

TABLA I

	f	x_d	x_q
f	$\mathcal{L}_{ff} = L_{ff}$	$\mathcal{L}_{fxd} = L_{fxd}$	0
x_d	$\mathcal{L}_{xd f} = \mathcal{L}_{fxd} = L_{xd f} = L_{fxd}$	$\mathcal{L}_{xxd} = L_{xxd}$	0
x_q	0	0	$\mathcal{L}_{xxq} = L_{xxq}$

1.2 Arrollamientos del estator.

Los arrollamientos de las tres fases del estator generalmente se encuentran repartidos a lo largo del desarrollo de la circunferencia de la estructura estatorica, de manera que las fuerzas magnetomotrices de fase resulten distribuidas según ley sinusoidal.

El valor maximo se presenta obviamente a lo largo de la dirección del eje de simetría de cada arrollamiento.

En la fig. 33 se muestra la repartición de la fuerza magneto motriz de la fase "a" en la hipotesis que solo esta se encuentre recorrida por corriente

Su valor instantáneo a lo largo de la dirección del eje de simetría resulta

$$\mathcal{A}_a = N_a i_a$$

Se indica con N_a el factor que tiene en cuenta el numero y la repartición de las espiras, y con i_a la corriente.

La fuerza magneto-motriz representada en fig. 33 puede ser descompuesta a su vez en dos, una dispuesta simetricamente al eje directo "d" y otra simetricamente al eje en cuadratura "q". Ambas tienen una distribución sinusoidal como muestra la fig. 34.

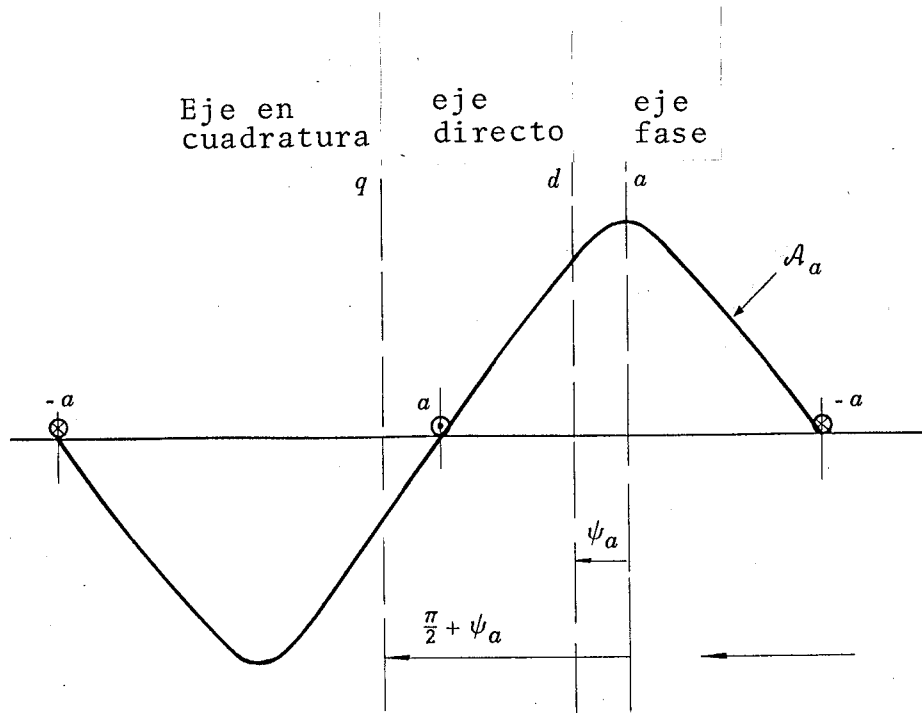


Fig. 33

Cuando la posición del rotor es la mostrada en la fig. 33 los valores instantáneos de las fuerzas magnetomotrizes resultan.

$$[1] \quad \mathcal{A}_{da} = \mathcal{A}_a \cos \psi_a = N_a i_a \cos \psi_a$$

$$[2] \quad \mathcal{A}_{qa} = \mathcal{A}_a \cos (\psi_a + 90^\circ) = -N_a i_a \sin \psi_a$$

Con R_d y R_q se indicaron los coeficientes de proporcionalidad entre el flujo que afecta un polo y el valor maximo de la fuerza magnetomotriz, y esto en los instantes en los cuales el eje de la fase coincide con el eje directo o bien con el eje en cuadratura.

Para una generica posición del rotor (por ejemplo la mostrada en fig. 1) los flujos de entrehierro para polos simetricos a los dos ejes resultarán:

$$[3] \quad \varphi_{tda} = \mathcal{A}_{da} R_d = \mathcal{A}_a R_d \cos \psi_a$$

$$[4] \quad \varphi_{tqa} = \mathcal{A}_{qa} R_q = -\mathcal{A}_a R_q \sin \psi_a$$

El flujo de entrehierro por polo, producido por la fase "a" puede a su vez ser expresado:

$$\begin{aligned}
 \varphi_{taa} &= \varphi_{tda} \cos \psi_a - \varphi_{tqa} \sin \psi_a \\
 &= \mathcal{A}_a (R_d \cos^2 \psi_a + R_q \sin^2 \psi_a) = \\
 [5] \quad &= N_a i_a \left(\frac{R_d + R_q}{2} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos 2\psi_a \right)
 \end{aligned}$$

Esta relación sirve para obtener la expresión del coeficiente de inductancia correspondiente al flujo φ_{taa} :

$$[6] \quad \mathcal{L}_{taa} = \frac{N_a \varphi_{taa}}{i_a} = N_a^2 \left(\frac{R_d + R_q}{2} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos 2\psi_a \right)$$

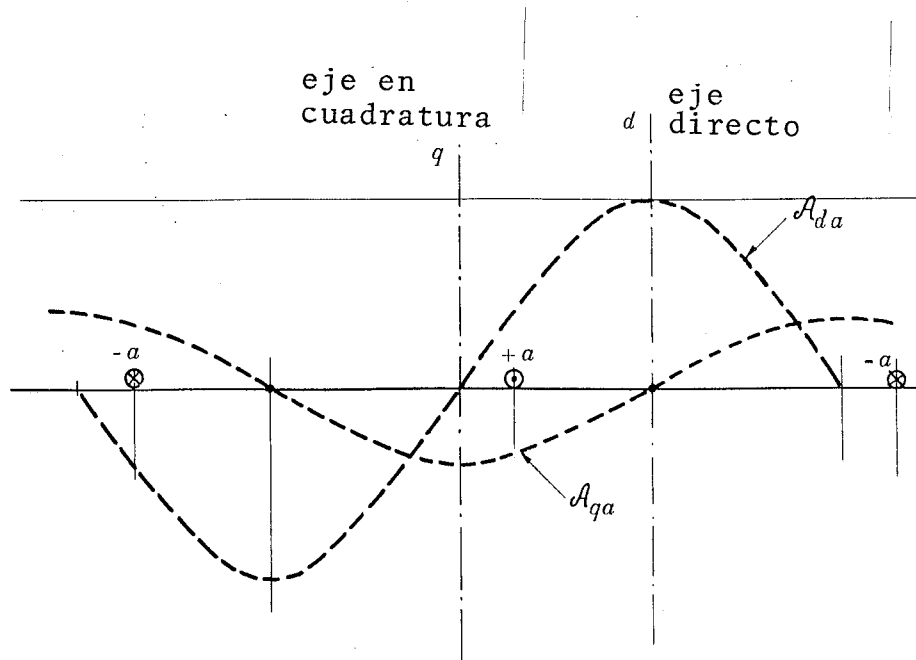


Fig. 34

El flujo total concatenado por la fase "a" está compuesto por el flujo Φ_{taa} y el flujo disperso. Este tiene una disposición que no cambia con el valor de la posición del rotor: el coeficiente de inducción correspondiente por lo tanto resulta de valor constante y se lo indica con el símbolo L_1 .

Los valores instantáneos de los coeficientes de autoinducción de la fase "a" se pueden expresar con la relación

$$\mathcal{L}_{aa} = L_l + N_a^2 \frac{R_d + R_q}{2} + N_a^2 \frac{R_d - R_q}{2} \cos 2\psi_a$$

De la cual:

$$[7] \quad \mathcal{L}_{aa} = (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos 2\psi_a$$

Los valores instantáneos de los coeficientes de autoinducción de las otras dos fases se pueden obtener directamente de la relación (7) sustituyendo en ella el ángulo $2\psi_a$ respectivamente con los ángulos $(2\psi_a + 2\pi/3)$ y $(2\psi_a - 2\pi/3)$

Parte del flujo de la fase "a" se concatena con la fase "b" y sirve para definir el coeficiente de inducción mutua entre las dos fases. Dicho flujo puede ser inmediatamente determinado partiendo de las relaciones (3) y (4).

En efecto, basta evaluar las componentes de los dos flujos según el eje de la fase "b" y componerlas sucesivamente. Se llega así a la relación (8).

$$[8] \quad \varphi_{tba} = \varphi_{tda} \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) - \varphi_{tqa} \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$$

Reemplazando los flujos φ_{tda} y φ_{tqa} por sus expresiones se obtiene

$$\varphi_{tba} = \mathcal{A}_a \left[R_d \cos \psi_a \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) + R_q \sin \psi_a \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

Desarrollada esta relación resulta igual a:

$$[9] \quad \varphi_{tba} = N_a i_a \left[-\frac{R_d + R_q}{4} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

De esta se obtienen los valores instantáneos de los coeficientes de inductancia:

$$\mathcal{L}_{tba} = \frac{N_a \varphi_{tba}}{i_a} = N_a^2 \left[-\frac{R_d + R_q}{4} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

El arrollamiento de la fase "b" sin embargo concatena además del flujo φ_{tba} también una parte del flujo disperso de la fase "a". Este flujo normalmente tiene intensidad despreciable respecto a aquella del flujo φ_{tba} ; el coeficiente de inductancia mutua entre los arrollamiento "a" y "b" puede ser asimilado al coeficiente $\mathcal{L}_{tba}$ antes definido.

$$\mathcal{L}_{ba} \cong \mathcal{L}_{tba} \cong N_a^2 \left[-\frac{R_d + R_q}{4} + \frac{R_d - R_q}{2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

y por lo tanto utilizando los simbolos definidos en la relación (7) se tiene:

$$[10] \quad \mathcal{L}_{ba} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$$

TABLA II

	a	b	c
a	$\mathcal{L}_{aa} = (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos 2\psi_a$	$\mathcal{L}_{ab} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{ac} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$
b	$\mathcal{L}_{ba} = \mathcal{L}_{ab}$	$\mathcal{L}_{bb} = (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{bc} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos 2\psi_a$
c	$\mathcal{L}_{ca} = \mathcal{L}_{ac}$	$\mathcal{L}_{cb} = \mathcal{L}_{bc}$	$\mathcal{L}_{cc} = (L_l + L_{aa}) + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$

Los coeficientes de inductancia mutua entre la fase "b" y la "c", como también entre la fase "c" y la "a" se pueden determinar siguiendo el procedimiento adoptado para hallar la relación (10) y se llega así a las relaciones:

$$[11] \quad \mathcal{L}_{bc} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos 2\psi_a$$

$$[12] \quad \mathcal{L}_{ca} = -\frac{L_{aa}}{2} + L_{aa2} \cos \left(2\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$$

Los coeficientes de inductancia de los arrollamientos de las fases de rotor tratados en este paragrafo se resumen en la tabla II

1.3 Inductancias mutuas entre los arrollamientos del estator y los del rotor.

Es sabido que los valores de los coeficientes de mutua inducción entre cualquier arrollamiento del estator y uno del rotor varían con las posiciones ciclicas del rotor. Nos referiremos a la fase "a" y a los arrollamientos del rotor dispuestos simetricamente al eje directo (f, xd).

Los símbolos L_{af} y L_{axd} indican los valores que asumen los coeficientes de inducción mutua cuando la dirección del eje de la fase "a" coincide con la del eje directo "d". Los valores instantáneos de los coeficientes arriba indicados se expresan con las relaciones

$$[13] \quad \mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos \psi_a$$

$$[14] \quad \mathcal{L}_{axd} = L_{axd} \cos \psi_a$$

Analogas relaciones pueden ser obtenidas para las restantes fases reemplazando en las relaciones (13) y (14) el angulo ψ_a con los ángulos $(\psi_a - 2\pi/3)$ y $(\psi_a + 2\pi/3)$.

Los valores instantáneos del coeficiente de mutua inducción entre un arrollamiento del estator y el del rotor dispuesto simétricamente al eje en cuadratura, se expresan con una relación análoga a la (14) siempre que se parta del valor del coeficiente en el instante en que la dirección del eje de la fase "a" coincide con la dirección del eje en cuadratura. En la tabla III se indican las expresiones de los coeficientes de mutua inducción entre los arrollamientos del estator y los del rotor.

TABLA III

	a	b	c
f	$\mathcal{L}_{fa} = \mathcal{L}_{af} = L_{af} \cos \psi_a$	$\mathcal{L}_{fb} = \mathcal{L}_{bf} = L_{bf} \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{fc} = \mathcal{L}_{cf} = L_{cf} \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$
xd	$\mathcal{L}_{xda} = \mathcal{L}_{axd} = L_{axd} \cos \psi_a$	$\mathcal{L}_{xdb} = \mathcal{L}_{bxd} = L_{bxd} \cos \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{xdc} = \mathcal{L}_{cxd} = L_{cxd} \cos \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$
xq	$\mathcal{L}_{xqa} = \mathcal{L}_{axq} = -L_{axq} \sin \psi_a$	$\mathcal{L}_{xqb} = \mathcal{L}_{bxq} = -L_{bxq} \sin \left(\psi_a - \frac{2\pi}{3} \right)$	$\mathcal{L}_{xqc} = \mathcal{L}_{cxq} = -L_{cxq} \sin \left(\psi_a + \frac{2\pi}{3} \right)$