

Cálculo de la tensión y la flecha de cables aéreos tendidos

Por Ing. Alfredo Rifaldi, Profesor de Instalaciones eléctricas, Facultad Regional Avellaneda UTN.

Introducción

Al hacer el cálculo mecánico de una línea aérea, se pueden usar distintos métodos de trabajo.

Gráficos y ábacos de distintos tipos y con distintas posibilidades de entrada de datos, y de salidas, permiten resolver con comodidad el problema.

Cuando se desea obtener la solución por un método numérico, es forzoso plantear y resolver la ecuación de estado del cable varias veces.

Tratando de realizar un algoritmo para solución automática del problema, se llegó a un método gráfico que permite sucesivas mejoras numéricas de la solución, y que fácilmente puede plantearse para ser utilizado en calculadoras programables de poca capacidad.

Generalidades

Se demuestra que la forma que adopta un cable flexible, amarrado entre dos puntos, es la catenaria

(coseno hiperbólico), cuya primera aproximación, generalmente satisfactoria, es la parábola.

Una característica geométrica de la forma es la flecha, distancia entre la cuerda (recta que pasa por los puntos de amarre) y el punto más alejado de la traza del cable.

El cable está sometido a cierta tensión mecánica y tiene cierta flecha, si ambos amarres se encuentran a un mismo nivel.

$$l = a + 8 f^2 / 3 a$$

$$T = G a^2 / 8 f$$

Siendo:

l longitud del cable

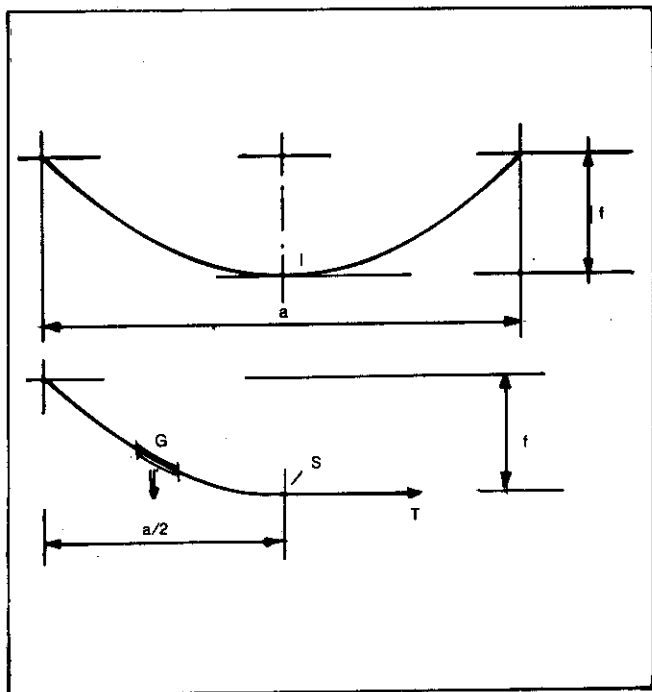
a distancia entre amarres

f flecha

G carga por unidad de longitud del cable

T fuerza en el punto más bajo

En la determinación de la carga por unidad de longitud se tienen en cuenta el peso, el empuje del viento, eventuales sobrecargas de hielo.



Como el cable está sometido a un estado de tensión, aumenta su longitud respecto del mismo cable en reposo.

$$l_0 = l (1 - T/E S)$$

Siendo:

l_0 longitud del cable en reposo

E módulo de elasticidad

S sección real del cable

Un trozo de cable a una temperatura de referencia (por ejemplo, 0°C) tiene una cierta longitud, al variar la temperatura, su longitud varía por esta causa.

$$l_{\infty} = l_0 (1 - \alpha \Theta)$$

Siendo:

l_{∞} longitud del cable en reposo y a 0°C

α coeficiente de dilatación

Θ temperatura en la condición considerada

De estas ecuaciones surge una relación general:

$$l_{\infty} = a (1 - T/E S) (1 - \alpha \Theta) (1 + 8 f^2/3 a^2)$$

Desarrollando los productos y despreciando los términos de segundo orden, se obtiene:

$$l_{\infty} = a (1 + 8 f^2/3 a^2 - T/E S - \alpha \Theta)$$

Cuando varían las condiciones de temperatura, carga, tiro, flecha, sus valores deben satisfacer esta ecuación manteniéndose constante la expresión entre paréntesis que se conoce como ecuación de estado

$$8 f^2/3 a^2 - T/E S - \alpha \Theta = K$$

Reemplazando la flecha en función del tiro, e introduciendo las variables

$$g = G/S$$

$$\sigma = T/S$$

se obtiene la ecuación de estado con su imagen habitual

$$(E a^2/24)(g/\sigma)^2 - \sigma - E \alpha \Theta = C$$

Resolución de la ecuación de estado

Dado un estado de referencia para el cual se conocen sobrecarga, tensión y temperatura, puede determinarse C , y para otra sobrecarga y otra temperatura resolviendo la ecuación se determina la correspondiente tensión.

Denominando 1 el estado de referencia y 2 el desconocido, se tiene:

$$C = (E a^2/24)(g_2/\sigma_2)^2 - \sigma_2 - E \alpha \Theta_2$$

Si se definen las siguientes variables auxiliares

$$N_2 = C + E \alpha \Theta_2$$

$$M_2 = (E a^2/24) g_2^2$$

La ecuación que se debe resolver es

$$M_2/\sigma_2^2 - \sigma_2 - N_2 = 0$$

Esta ecuación puede llevarse a una forma adimensional con el siguiente cambio de variables

$$\$ = \sigma / \sqrt[3]{M}$$

$$n = N / \sqrt[3]{M}$$

$$\$ + n - \$^{-2} = 0$$

Se puede graficar $\$ = \(n) y usar este ábaco para resolver el problema.

Los valores de $\$$ son siempre positivos, y resultan aproximadamente

$$\text{para } n \text{ negativo } (n \ll -1) \quad \$ + n \approx 0$$

$$n \text{ nulo } (n = 0) \quad \$ = 1$$

$$n \text{ positivo } (n \gg 1) \quad n - \$^{-2} \approx 0$$

Estas últimas ecuaciones permiten rápidas soluciones aproximadas del problema.

Partiendo de una solución aproximada, por Newton Raphson, puede mejorarse rápidamente la solución con la siguiente fórmula:

$$\$* = \$ (3 - n\$^2)/(2 + \$^3)$$

Una vez obtenido el valor con la precisión deseada, se recorre el camino inverso y se obtienen los valores de tensión y flecha que, en definitiva, son los que interesan.

Aplicación

Calcular para el estado básico

$$C = (E a^2/24)(g_1/\sigma_1)^2 - \sigma_1 - E \alpha \theta_1$$

Para el estado desconocido

$$N_2 = C + E \alpha \theta_2$$

$$M_2 = (E a^2/24) g_2^2$$

$$\sqrt[3]{M_2}$$

$$n = N_2 / \sqrt[3]{M_2}$$

Obtener $\$$ en primera aproximación gráficamente o utilizando las expresiones aproximadas

Si n es negativo

$$\$ = -n$$

Si n es positivo

$$\$ = 1/\sqrt{n}$$

Si n es próximo a cero* $\$ = 1$

Mejorar $\$$ tantas veces como sea necesario utilizando

$$\$^* = \$ (3 - n \$^2)/(2 + \$^3)$$

Calcular, finalmente

$$\sigma = \$ \sqrt[3]{M}$$

$$T = \sigma S$$

$$f = g a^2/8 \sigma$$