

M E D I D A S E L É C T R I C A S

Guía de estudios

Capítulo 13

*Ing. Jorge L. Dampé
Ing. Ricardo Dias
Ing. Pablo Ixtaina
Cátedra de Medidas Eléctricas*

Capítulo 13

Trasductores de temperatura

13.1. Generalidades

Hablar de trasductores implica tener en mente que, en general, se trata de dispositivos, que excitados por cierto tipo de energía en un sistema de transmisión, suministran energía, de la misma o de diferente naturaleza, a un segundo sistema de transmisión; esta transformación de energía puede ser eléctrica, mecánica, química, óptica o térmica. Los hay para las más diversas aplicaciones: desplazamiento, presión, temperatura, humedad, voz, nivel, vibración, luz, etc. Su uso no está restringido solamente a la medición, sino que abarca también a los sistemas de control.

Cabe mencionar además que, la simplicidad que admite el tratamiento de las señales eléctricas, hace que gran parte de los trasductores tengan como señal de salida una de esta naturaleza.

Con lo dicho, se entiende por trasductor de temperatura, a uno que transforma variaciones de ella (energía térmica), en energía mecánica o eléctrica. Entre los más comunes se cuentan los siguientes:

- termopares (o termocuplas),
- termorresistores (o detectores de temperatura resistivos, *RTD*),
- termistores,
- termómetros bimetalicos,
- termómetros de radiación infrarroja.

Los dos primeros, dada su importante difusión, serán analizados en detalle en los puntos 13.2 y 13.3, respectivamente. Para el resto, cuyo tratamiento excede el alcance de esta publicación, podemos hacer el siguiente resumen de sus características:

Termistores: se basan en las propiedades de algunos semiconductores cuya resistencia eléctrica varía con la temperatura.

Termómetros bimetalicos: emplean dos láminas o bandas metálicas con diferentes coeficientes de dilatación térmica, unidas entre sí. Estando fijo uno de los extremos del conjunto, el restante sufrirá un desplazamiento que será función de la temperatura. El extremo libre puede emplearse para actuar sobre algún contacto eléctrico. La gran mayoría de los dispositivos de protección térmica, que admiten sólo dos estados: “on – off” o “sí – no”, utilizados para resguardar contra sobrecargas a las instalaciones eléctricas, están basados en este método.

Termómetros de radiación infrarroja: son aparatos sensibles a la emisión de luz infrarroja de un cuerpo, cuya magnitud es variable con la temperatura.

13.2. Termopares

Si dos alambres de metales diferentes se unen por sus extremos, ya sea por medio de soldadura, trenzando uno sobre otro, etc., y una de las uniones o *junturas* se calienta mientras que la otra se mantiene a una temperatura diferente, por ejemplo, ambiente, se encontrará que por el lazo así formado circula una corriente. Este efecto fue descubierto por Seebeck en 1821, y depende de las

características de los materiales que se ponen en contacto y de la diferencia de temperatura entre los dos extremos. Como se comprende, la corriente fluirá desde un material al otro en la junta caliente, y a la inversa en la fría.

En la figura 13.1 se ha esquematizado un circuito como el citado más arriba, en el que se han marcado los puntos de unión de los dos metales, *a* y *b*.

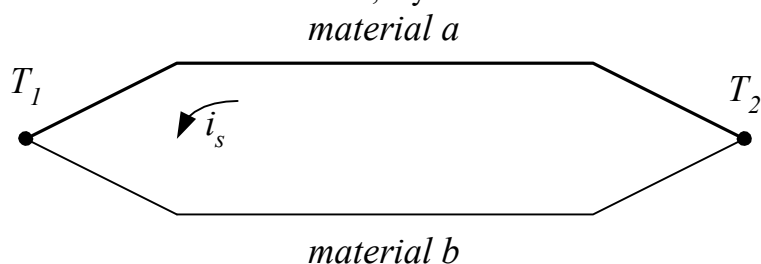


Figura 13.1: Esquema elemental de un termopar.

Si ahora se abre el lazo formado, aparecerá una diferencia de potencial, que es la responsable de la circulación de corriente en el estado antes visto. La idea de utilizar un dispositivo como el visto como transductor de temperatura se origina en el hecho que la f.e.m. que aparece cuando se abre el circuito como indica la Fig. 13.2 es una función que, para ciertos rangos de temperatura y para ciertos materiales, es unívoca con la temperatura, por lo que la medición de dicha fem permitirá conocer la diferencia de temperatura entre las juntas fría y caliente. El dispositivo que nos ha quedado formado recibe el nombre de **termocupla, o termopar**.

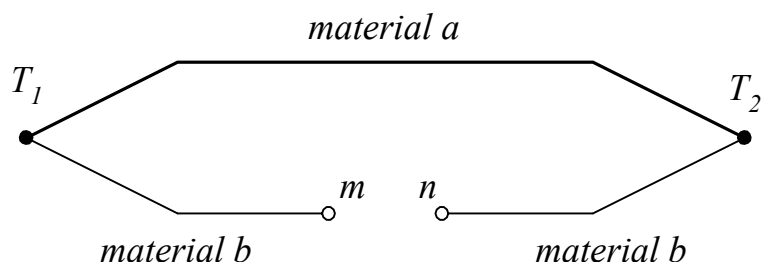


Figura 13.2: Esquema elemental de una termocupla, poniendo de manifiesto la f.e.m.

Las diferencias de potencial generadas por el efecto anterior son pequeñas, del orden de los milivolts, y su medición requiere de precauciones especiales, debido a que el comportamiento de las termocuplas está afectado, además de por el efecto Seebeck, por otros dos que condicionan su respuesta, por lo que el dispositivo que se conecte a los bornes *m* y *n* no puede ser cualquiera.

Ellos son el **efecto Peltier**, llamado así por el físico que lo estudió en 1834 y que establece que si en un dispositivo como el esquematizado en la figura 13.1 está circulando una cierta corriente, en una de las juntas se liberará calor, en tanto que en la otra se lo absorberá. Esto es, en una dada junta, se liberará calor si la corriente circula en un sentido y se lo absorberá si lo hace en el sentido contrario. Esta disipación de calor no debe confundirse con el calor generado por efecto Joule. Tenemos así que una junta se enfriará en tanto que la otra se calentará.

El tercer efecto a tener en cuenta es el **efecto Thomson**, que establece que si se tiene un cierto material, sometido a un gradiente de temperatura, y se le hace circular una corriente, en un dado punto se liberará o se absorberá calor, según el sentido de circulación de la corriente. En la figura

13.3 se presentan ambas situaciones, que bueno es recalcarlo, no deben confundirse con el efecto Joule.

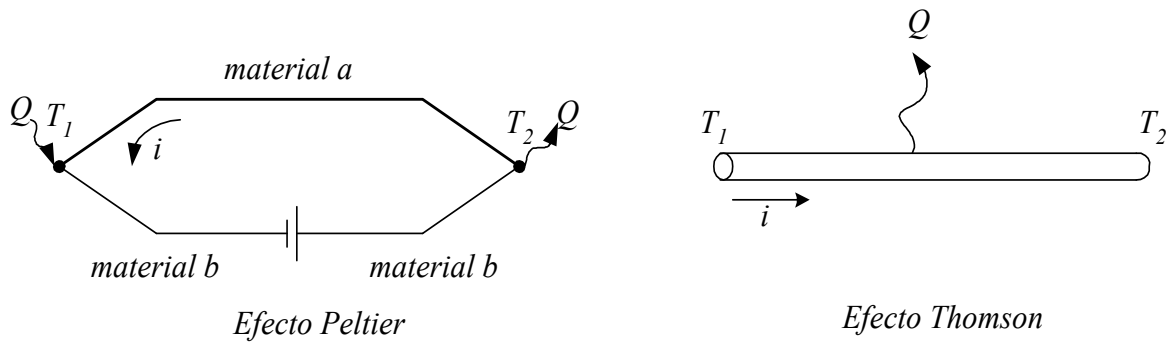


Figura 13.3: Esquematización de los efectos Peltier y Thomson

De lo sucintamente expuesto más arriba se desprende que si se desea conocer el valor de la f.e.m. que aparece entre los puntos m y n de la figura 13.2, será imperioso medir en condiciones de vacío, pues cualquier instrumento que requiera una cierta corriente del circuito puede llegar a cometer un error de inserción importante, no sólo por el efecto de carga al mismo, como se estudiara en el Capítulo 2, sino además por la acción que sobre la condición térmica del dispositivo tienen los efectos más arriba citados.

Con referencia a la misma figura 13.2, debemos notar que el sólo hecho de agregar un instrumento al circuito provocará la aparición de nuevas juntas, que si no se manejan adecuadamente pueden llegar a falsear la indicación que se obtenga. Con tal fin enunciaremos sin demostrarlas [1] dos reglas que nos aclararán el funcionamiento de estos dispositivos. Son ellas:

- **ley de los metales intermedios**

Si una termocupla está formada por dos materiales, a y b , cuyas juntas se encuentran a dos temperaturas T_1 y T_2 respectivamente, la f.e.m. a ellas debida no es alterada si se intercalan uno o más materiales a las juntas, siempre que las nuevas juntas así formadas se encuentren todas a las mismas temperaturas. Esta situación se esquematiza en la figura 13.4, que corresponde a la situación descrita en la figura 13.2, con el agregado de un tercer material c , si se cumple que $T_3 = T_4$.

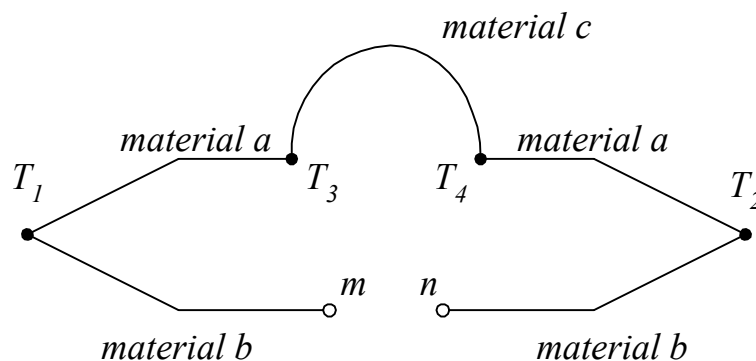


Figura 13.4: Agregado de un tercer material a una termocupla

- **ley de las temperaturas intermedias**

La f.e.m. de una termocupla con dos juntas a temperaturas T_1 y T_3 respectivamente, que notaremos como E_{1-3} , es igual a la suma de las f.e.m. de dos termocuplas de los mismos metales, una con sus juntas a temperaturas T_1 y T_2 , que llamaremos E_{1-2} , y la otra con las juntas a T_2 y T_3 , E_{2-3} , como se puede apreciar en la figura 13.5.

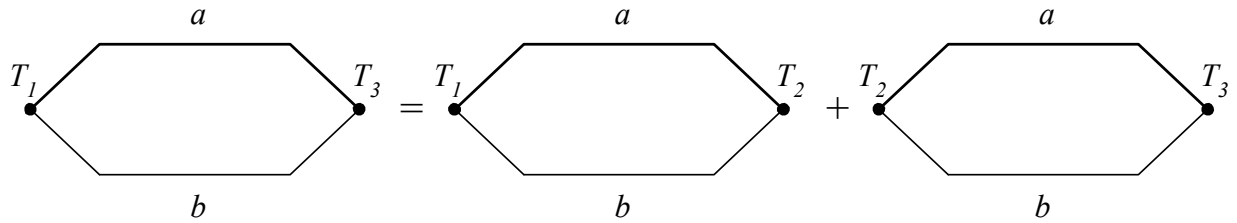


Figura 13.5: Ejemplo de la ley de las temperaturas intermedias

Esta ley es extremadamente importante cuando se trata de medir en ambientes que pueden hacer variar la temperatura de la junta que se tome como referencia, como veremos más adelante.

13.2.1. Medición de temperatura con termocuplas

En lo que sigue nos ocuparemos de los métodos que se pueden emplear para medir temperaturas, a partir del conocimiento de los fenómenos que hemos indicado en el punto 13.1

Lo primero que tenemos que reconocer es que, la ley de variación de la f.e.m de termocuplas formadas con diferentes pares de materiales es conocida, y responde a expresiones como la siguiente:

$$E_{1-0} = a_1(T_1 - T_0) + a_2(T_1 - T_0)^2 + \dots + a_n(T_1 - T_0)^n \quad (13.1)$$

En donde T_1 y T_0 son las temperaturas en la unión caliente y en la de referencia respectivamente, y E_{1-0} la tensión de salida. Los coeficientes $a_0 \dots a_n$ se encuentran en tablas, y son únicos para cada tipo de aleación empleada en la construcción del termopar.

El orden del polinomio a usar dependerá del grado de linealidad que exijamos a nuestro sistema. A modo de ejemplo, usando polinomios de segundo orden se consiguen tensiones de salida que son lineales con la temperatura dentro del $\pm 1\%$.

Como el valor de la temperatura incógnita, supongamos que sea T_1 , se calcula a partir del conocimiento de la tensión E_{1-0} , y del conocimiento de T_0 , resulta que ambas deben ser determinadas con adecuada exactitud si se pretende efectuar una medición de calidad. Nos ocuparemos en primer lugar de la segunda de las variables. Casi siempre T_0 es la temperatura de la *juntura fría*, que en mediciones de alta exactitud se fija utilizando algún punto característico de alguna sustancia pura. Frecuentemente se emplea como referencia la temperatura del hielo fundente de agua químicamente pura, que a presión atmosférica corresponde a 0°C , y que puede ser fácilmente corregido por variaciones de presión. En la figura 13.6 se presenta un esquema particular.

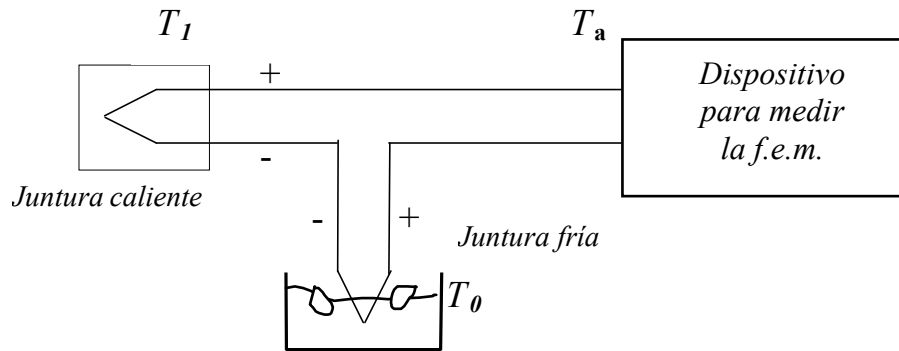


Figura 13.6: Circuito elemental empleado para independizar la indicación del termopar de la temperatura ambiente.

En las medidas con menores requisitos de exactitud, se puede reemplazar la juntura que se halla en hielo fundente por una que se encuentre simplemente a la temperatura ambiente, con lo que se llega a un esquema como el que se presenta en la figura 13.7, en la que se recuerda que la conexión que se hace al instrumento, por lo que se indicara en 13.2, no afecta a la indicación del sistema siempre que los dos extremos de la misma se hallen a la misma temperatura, y sean del mismo material (*c* en la figura)

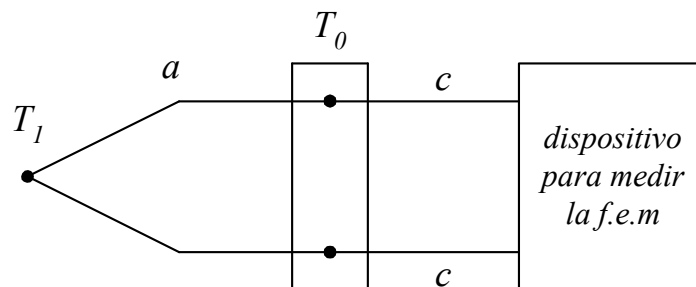


Figura 13.7: Juntura fría a temperatura ambiente.

En el caso que el instrumento indicador se haya graduado directamente en unidades de temperatura, y no en milivolts, se incurrirá en un error sistemático toda vez que la temperatura de la juntura fría no coincida con la de calibración, a menos que se tomen precauciones especiales para desafectarlo, como se verá en el punto 13.2.2

13.2.2. Instrumentos indicadores para termocuplas

Como más arriba se indicara, es condición para la medición de temperatura a partir de la f.e.m. de termocuplas, que la medición se efectúe *en vacío*. Cuando se trata de mediciones de alta exactitud, se emplean circuitos como los compensadores que vimos en el Capítulo 3, con referencias adecuadas que aseguran por un lado la medición en vacío, y por el otro la exactitud requerida. Como las f.e.m. que entregan estos dispositivos es siempre baja, del orden de los milivolts, se requieren arreglos especiales para que el alcance de los compensadores sea el buscado. Con estos instrumentos se utiliza casi siempre el esquema de la figura 13.6

En la tabla 13.1 se listan algunos de los termopares más comunes, con su rango de aplicación, la variación de la tensión generada en dicho rango, y la denominación ANSI (American National Standards Institute), que es una de las más empleadas para identificarlos.

Tabla 13.1: Parámetros característicos típicos de termopares.

Materiales de los alambres	Rango de aplicación [°C]	Variación de la tensión en el rango [mV]	Denominación ANSI
Platino rodio(6%)/ Platino rodio(30%)	38 a 1800	14	A
Tungsteno renio (5%)/ Tungsteno renio (26%)	0 a 2300	37	C
Cromel/Constantán	0 a 982	75	E
Hierro/Constantán	-184 a 760	50	J
Cromel/Alumel	-184 a 1260	56	K
Platino/ Platino rodio(13%)	0 a 1593	19	R
Platino/ Platino rodio(10%)	0 a 1538	16	S
Cobre/Constantán	-184 a 400	26	T

La elección del tipo de unión dependerá del rango de temperatura a medir, del tiempo de respuesta requerido y de las características del ambiente en donde se usará el termopar (atmósferas corrosivas, abrasión mecánica, etc.)

Otra alternativa es el empleo de aparatos de imán permanente y bobina móvil de alta cifra en Ω/V , con el fin de minimizar los errores de inserción. Esta alternativa es sólo para mediciones de moderada exactitud.

Sin duda, la opción hoy en día pasa por los instrumentos digitales, que con el auxilio de los circuitos que vimos en los capítulos 9 y 10 permiten controlar perfectamente los errores de inserción. En una de sus versiones más difundidas, la junta fría se forma directamente en un accesorio que toma el nombre de *adaptador para termocuplas*, y que simplemente se conecta en bornes del instrumento. En estos casos, si la temperatura de la junta fría se aparta algo de la que se usó para tarar al conjunto, se puede hacer una corrección automática con ayuda del principio esbozado en la figura 13.5: se hace que el accesorio sume o reste a la f.e.m. del termopar caliente la que correspondería a la diferencia entre la temperatura real de la junta fría y aquella para la cual fue calibrada. Una posible alternativa es emplear un dispositivo electrónico (diodo compensado por temperatura o un sensor de temperatura), que genere una tensión igual a la del termopar de referencia a 0°C, independientemente de la temperatura ambiente.

El agregado de estos dispositivos permite convertir a un multímetro digital cualquiera en un termómetro digital, con eventuales facilidades extras, como la indicación en dos escalas de temperaturas, y todas las funciones que suelen ser propias del voltímetro, como sensado de mínimos y máximos, etc..

13.2.4. Exactitud

Depende fuertemente de la calidad de los elementos empleados para las termocuplas (de su pureza) y de la de la medición de la f.e.m. Si se emplean potenciómetros (compensadores) con referencias adecuadas, puede garantizarse una fracción de grado en varios centenares, siempre que la junta fría se halle a una temperatura perfectamente conocida. En cuanto a los esquemas más sencillos, como los de los multímetros, son capaces de exactitudes moderadas, por ejemplo $\pm 1...3$ °C en un alcance de alrededor de 200.

13.3. Termorresistores

También conocidos comercialmente como *RTD* (*Resistance Temperature Detectors*), son ampliamente empleados para mediciones de temperaturas que van desde -200 °C hasta valores cercanos a los 900 °C. Su principio de funcionamiento se basa en la variación de la resistencia eléctrica de los materiales conductores con la temperatura.

Está claro que no cualquier material de este tipo podrá ser empleado como transductor, ya que existen ciertos requisitos mínimos iniciales que deben imponerse, a saber: estabilidad (el valor de la resistencia a una dada temperatura, debe ser conocido con una exactitud limitada), linealidad (dentro del rango de temperaturas de trabajo), coeficiente de temperatura lo más elevado posible (a mayor variación de resistencia por °C se obtendrá mejor resolución). Lo anterior ha llevado a que actualmente los termorresistores más empleados sean de platino (*Pt*), níquel (*Ni*) o cobre (*Cu*).

La ley que gobierna la variación de la resistencia de estos elementos puede denotarse a través de la siguiente expresión:

$$R_T = R_0 * \left[1 + \alpha_1 * (T - T_0) + \alpha_2 * (T - T_0)^2 + \dots + \alpha_n * (T - T_0)^n \right] \quad (13.2)$$

donde:

- α_n : coeficientes de temperatura [$1/^\circ\text{C}$]
- R_0 : resistencia del sensor a la temperatura de referencia T_0 [Ω]
- R_T : resistencia del sensor a la temperatura T [Ω]

Sin embargo, para los materiales arriba mencionados y en función de la exactitud y la linealidad obtenidas para los rangos de temperatura de trabajo habituales, la 13.2 puede simplificarse como:

$$R_T = R_0 * [1 + \alpha * (T - T_0)] \quad (13.3)$$

Los valores típicos de los rangos de temperatura y sus respectivos coeficientes, así como las exactitudes conseguibles, para algunos materiales empleados en termorresistores, se muestran en la Tabla 13.2. Élla merece algunas observaciones: a similares características de exactitud, el platino posee un mayor rango de uso, aunque la linealidad dentro del mismo sea menor que la correspondiente al cobre para el suyo; adicionalmente, para el níquel, se observa un coeficiente de temperatura significativamente más alto, lo que da una mejor resolución a la medida

Tabla 13.2: Parámetros característicos *típicos* de termorresistores.

Material	Rango de aplicación [°C]	Coefficiente de Temperatura [1/°C]	Exactitud [°C]
Platino	-200 a +875	0,0039	±0,5
Cobre	-200 a +260	0,0038	±0,5
Níquel	-100 a +320	0,0067	±0,5

. Por otra parte, merece ser destacado que todos los coeficientes de temperatura dados son positivos (el valor de resistencia aumenta con la temperatura); existen otros materiales, entre ellos algunos semiconductores que se emplean para la construcción de otro tipo de sensores de temperatura, los *termistores* (mencionados en el punto 13.1), cuyo coeficiente de temperatura puede ser negativo.

Cabe mencionar además, que los valores típicos de resistencia utilizados pueden oscilar entre algunas decenas y varios miles de ohms, sin embargo, el valor más empleado es el de 100 Ω a 0°C o a 25 °C; un ejemplo típico son las resistencias denominadas comercialmente con el nombre de *Pt100*; en el Anexo 13.I se dan los valores de resistencia de uno de estos ejemplares para distintas temperaturas.

Como puede imaginarse ya, la determinación de la temperatura por medio de este tipo de transductores se reduce a la medición del valor de su resistencia eléctrica; para ello se emplean métodos conocidos a esta altura del curso, como son el puente de Wheatstone o el voltímetro y el amperímetro. Conviene recordar que algunas consideraciones efectuadas al tratar tales métodos, son aplicables para este caso particular. Una de ellas es el necesario cuidado respecto del conexionado en función de la exactitud que se pretenda para la medición (en particular lo relacionado al peso que puedan tener las resistencias de contacto frente a la resistencia del propio transductor). Otra importante tiene que ver con la corriente que se hará circular por el sensor, que no debe provocar (por efecto del autocalentamiento), una variación en la temperatura del mismo, y por ende, un cambio en el correspondiente valor de resistencia.

Así, se llega a los esquemas circuitales más comúnmente empleados, que se muestran en la figura 13.8.

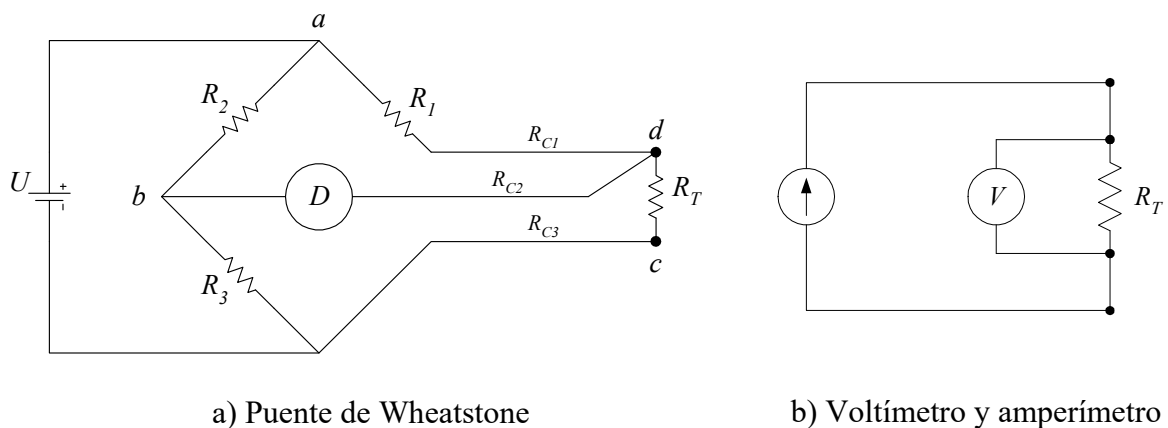


Figura 13.8: Esquema circuitales empleados para la medición de temperatura con RTD.

En el esquema de la figura 13.8.a), además de los elementos habituales que forman un puente de Wheatstone (tal cual fue estudiado en el Capítulo 4), aparecen: R_T , que representa obviamente al sensor de temperatura resistivo, y R_{c1} , R_{c2} y R_{c3} , que representan a los conductores de unión entre el anterior y el circuito puente propiamente dicho. La existencia de un tercer conductor, obedece a la necesidad de solucionar el inconveniente ya mencionado de reducir al mínimo necesario los efectos de las resistencias de contacto. Así, si las resistencias de los conductores R_{c1} y R_{c3} tienen los mismos valores (conductores de igual resistividad, sección y longitud), y si los resistores R_1 , R_2 , R_3 y R_T son también de valores similares, la medición no se verá alterada a causa de los contactos. Con relación a R_{c2} , su valor carece de importancia, ya que para el puente trabajando en las cercanías del equilibrio y con un detector adecuadamente sensible, la corriente que por ella circulará será de un valor extremadamente bajo. En lo que concierne al detector, se lo calibra en general, para un dado termorresistor, de tal manera que su indicación corresponda directamente a la temperatura medida.

El esquema de la figura 13.8.b) utiliza la conveniencia de una configuración de cuatro terminales (analizada en el Capítulo 4), para disminuir los efectos de las resistencias de contacto. Se emplea sólo en los casos donde se busca la mejor exactitud.

Constructivamente los detectores de temperatura resistivos están formados por un trozo de alambre de alguno de los metales mencionados, bobinado sobre un soporte aislante eléctrico que puede adoptar formas muy diversas en función de la aplicación para la cual sea diseñado (plano, cilíndrico, etc.). En la figura 13.9 se muestran algunos esquemas simplificados.

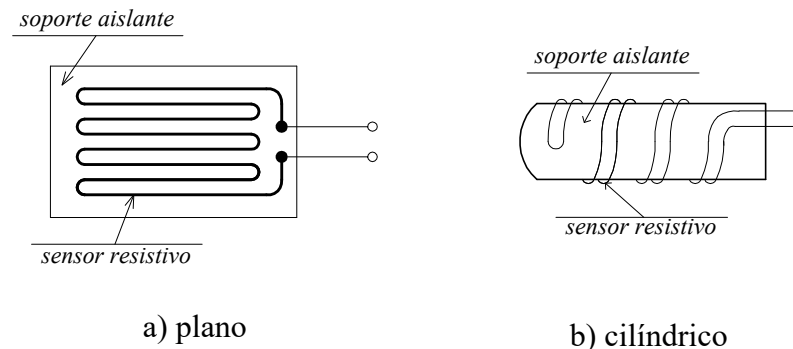


Figura 13.9: Esquema constructivo simplificado de detectores de temperatura resistivos.

A los fines de aumentar su resistencia mecánica, especialmente para no dañarlos durante su uso, los dispositivos arriba esquematizados son recubiertos, en general, con materiales cerámicos, vidrio, etc.

Un parámetro que no se ha mencionado hasta el momento, pero que también tiene una incidencia importante al momento de decidir qué tipo constructivo de termorresistor se ha de utilizar, para una dada aplicación, es el tiempo de respuesta del sensor. Cuando la exigencia en este sentido es grande, se recurre (con el esquema de la figura 13.9.a) a soportes aislantes de muy escaso espesor y sensores resistivos de film conductor.

Por último, y a título de comentario, se puede decir que con termorresistores puede conseguirse más estabilidad y exactitud, y menores tiempos de respuesta, que con termopares como los vistos en el punto 13.2.

Ejemplo 13.1

Con el fin de efectuar la medición de una temperatura de 125 °C, se empleará una termorresistencia de platino (*Pt100*). A tal efecto se utilizará un puente de Wheatstone. Se sabe además que los valores de dicha resistencia, en el entorno de la temperatura de interés, son los dados en el Anexo 13.I. Indique, justificando su respuesta, con qué error considera que debe determinarse la resistencia, si se requiere garantizar que la temperatura medida esté comprendida dentro del intervalo (125 ± 1) °C.

Solución

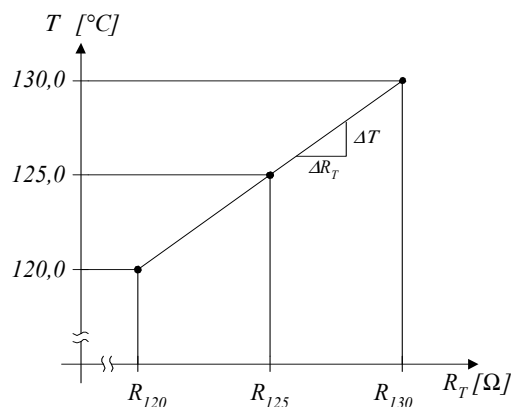
Para la resolución del problema tomaremos como base los datos tabulados en el Anexo 13.I, del cual podemos extraer la siguiente correspondencia entre los valores de resistencia de una *Pt100* y la temperatura medida:

$$\begin{aligned} T = 120 \text{ °C} &\rightarrow R_{120} = 146,06 \text{ } \Omega \\ T = 130 \text{ °C} &\rightarrow R_{130} = 149,82 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

Admitiendo una variación lineal entre ambos puntos, se puede calcular el valor de resistencia para 125 °C, como:

$$R_{125} = \frac{R_{120} + R_{130}}{2} = \frac{(146,06 + 149,82) \text{ } \Omega}{2} = 147,94 \text{ } \Omega,$$

Con el fin de determinar ahora cuál es la variación de resistencia que debemos ser capaces de medir para poder asegurar que la temperatura no difiera de 125 °C en más de 1 °C, construiremos el siguiente gráfico:



a partir del cual podemos escribir:

$$\frac{\Delta T}{\Delta R_T} = \frac{R_{130} - R_{120}}{(130,0 - 120,0) \text{ } ^\circ\text{C}} = \frac{(149,82 - 146,06) \text{ } \Omega}{(130,0 - 120,0) \text{ } ^\circ\text{C}},$$

de donde, para $\Delta T = 1 \text{ } ^\circ\text{C}$, se obtiene $\Delta R_T = 0,38 \text{ } \Omega$. Entonces, si se pretende que el puente sea capaz de asegurar mediciones de temperatura con errores inferiores a 1 °C, en el entorno de los 125 °C, su error debe ser menor que:

$$\frac{0,38 \text{ } \Omega}{147,94 \text{ } \Omega} * 100 = 0,25 \%$$

13.4. Referencias bibliográficas

- [1] Jones, E. B., “Instrument Technology”, Volume 1, Newness-Butterworths, 1976.
- [2] Cooper, William, “Instrumentación electrónica y mediciones”, Prentice-Hall, 1982.
- [3] Wolf, S., Smith, R. F. M., “Guía para mediciones electrónicas y prácticas de laboratorio”, Prentice-Hall, 1992.
- [4] Dally, James W., Riley, William F., Mc Connell, Kenneth G., “Instrumentation for engineering measurements”, John Wiley & Sons Inc., Second edition, 1993.
- [5] Jones, Larry D., Foster Chin, A., “Electronic instruments and measurements”, Prentice-Hall, 1991.

Anexo 13.I

Valores de resistencia eléctrica de un termorresistor de platino de valor nominal 100 Ω (Pt100) a 0° C.

Temperatura [°C]	Resistencia [Ω]	Temperatura [°C]	Resistencia [Ω]
-250	2,51	310	215,57
-240	4,26	320	219,12
-230	6,99	330	222,65
-220	10,49	340	226,17
-210	14,45	350	229,67
-200	18,49	360	233,17
-190	22,80	370	236,65
-180	27,08	380	240,13
-170	31,32	390	243,59
-160	35,53	400	247,04
-150	39,71	410	250,48
-140	43,87	420	253,90
-130	48,00	430	257,32
-120	52,11	440	260,72
-110	56,19	450	264,11
-100	60,25	460	267,49
-90	64,30	470	270,86
-80	68,33	480	274,22
-70	72,33	490	277,56
-60	76,33	500	280,90
-50	80,31	510	284,22
-40	84,27	520	287,53
-30	88,22	530	290,83
-20	92,16	540	294,11
-10	96,09	550	297,39
0	100,00	560	300,65
10	103,90	570	303,91
20	107,79	580	307,15
30	111,67	590	310,38
40	115,54	600	313,59
50	119,40	610	316,80
60	123,24	620	319,99
70	127,07	630	323,18
80	130,89	640	326,35
90	134,70	650	329,51
100	138,50	660	332,66
110	142,29	670	335,79
120	146,06	680	338,92
130	149,82	690	342,03
140	153,58	700	345,13
150	157,31	710	348,22
160	161,04	720	351,30
170	164,76	730	354,37
180	168,46	740	357,42
190	172,16	750	360,47
200	175,84	760	363,50
210	179,51	770	366,52
220	183,17	780	369,53
230	186,82	790	372,52
240	190,45	800	375,51
250	194,07	810	378,48
260	197,69	820	381,45
270	201,29	830	384,40
280	204,88	840	387,34
290	208,45	850	390,26
300	212,02		

Nota: para valores intermedios puede emplearse una interpolación lineal