

# **M E D I D A S E L É C T R I C A S**

## **Guía de estudios**

### **Capítulo 2**

*Ing. Jorge L. Dampé  
Cátedra de Medidas Eléctricas*

## Capítulo 2

### Instrumentos Indicadores

#### 2.1. Clasificación de los instrumentos eléctricos indicadores

Como veremos en el Capítulo 3, muchas medidas se efectúan simplemente leyendo uno o más instrumentos, en forma simultánea o no. Como se comprenderá, el primer paso para poder establecer el error de una dada medición con ellos efectuada consistirá en poder estimar, a partir de las indicaciones que provee el fabricante, cuál es la cota de error esperable, con lo que se estará en condiciones de expresar el resultado con la forma de la (1.10) La amplia difusión de este tipo de aparatos, hace que existan normas a nivel internacional, que permiten que, con prescindencia de sus orígenes, sus características queden definidas en forma unívoca. Antes de entrar en este análisis, es necesario dar algunas definiciones respecto de los diferentes tipos de instrumentos y su clasificación.

El concepto de la normalización va más allá de los elementos eléctricos, y se extiende prácticamente a todos los rincones de la actividad tecnológica. En todo nuestro estudio tomaremos como referencia las normas de la Comisión Electrotécnica Internacional, (IEC) que constituyen probablemente el conjunto de normas de equipos eléctricos y electrónicos con más consenso a nivel internacional., que en dos normas internacionales, la IEC 51 del año 1984 y la IEC 485, se ocupan de instrumentos analógicos y digitales, respectivamente..

Es en consecuencia necesario hacer una definición de qué es un aparato de uno y otro tipo, respectivamente. Para la IEC, aparato analógico es aquél en que la indicación resulta de relacionar la posición de un índice, material o no, con una escala graduada. Esta aguja no posee, al menos en teoría, limitaciones a las posiciones intermedias que puede adoptar entre dos cualesquiera, es decir, su movimiento puede ser continuo. Fueron históricamente los primeros en aparecer, y su campo de uso es cada día más restringido, salvo en aplicaciones sencillas. Los digitales, en cambio, para la IEC, son aquéllos en que la indicación aparece en forma numérica. Nosotros nos desviaremos un tanto de esta última definición, y adoptaremos una clasificación en que el concepto de digital responde más que a la presentación final, al tratamiento que se da a la señal a medir, como veremos en el punto correspondiente de la materia, en que estudiaremos que el tratamiento digital de la señal requiere de una discretización de la misma.

#### 2.2. Características básicas de los aparatos indicadores analógicos

La norma IEC 51 del año 1984, en su parte 1 se ocupa de los instrumentos analógicos. Además de dar las definiciones básicas aplicables a diferentes instrumentos, se ocupa del análisis de sus errores. Para comenzar define al error propio, "error intrínseco", como aquél que el aparato comete cuando se encuentra en condiciones normales de uso, entendiéndose por tales aquéllas en las que ha sido tarado y en que se prevé que funcione. En las condiciones normales o de referencia, todas las magnitudes de influencia, que son aquéllas "distintas de la medida que influyen en el resultado de manera indeseada" están con los valores previstos. Existen muchos ejemplos de magnitudes de influencia, podemos citar como casos típicos, la temperatura, posición, frecuencia, etc. Con el fin de posibilitar el cálculo de ese error, que dependerá del aparato en cuestión y del valor que indique, da las definiciones de los términos aplicables, y de las características rele-

vantes, que nosotros repetiremos aquí para ordenar nuestro estudio, fundamentalmente en lo referente a los errores que se pueden cometer:

El lector no acostumbrado al uso de normas sobre aparatos puede encontrar las definiciones que siguen un tanto áridas y de memorización dificultosa. Lamentablemente, es lo usual en este tipo de documentos, que no constituyen un texto sobre un determinado tema, sino que reúnen la información relevante sobre un cierto ramo del saber, destinada a lectores con conocimiento previo de los tópicos tratados. Su introducción en esta etapa de nuestro estudio obedece a la conveniencia de comenzar a familiarizar al alumno con información cuyo uso se hará cada vez más frecuente, a medida que avanza en su carrera.

**clase de exactitud**, definida como "un conjunto de aparatos cuya exactitud puede ser designada por un mismo número llamado **índice de clase, c**.

**índice de clase, c**, que nos da el error intrínseco referido al valor fiduciario:

$$c = \frac{E_x}{X_f} * 100 \quad (2.1)$$

**Valor fiduciario,  $X_f$**  es un valor convencional al cual se refieren los errores de un instrumento o accesorio con el fin de especificar su exactitud. Este valor admite diferentes definiciones según el tipo de instrumento y sus funciones

Es inmediato que, conocido el índice de clase y el valor fiduciario, el error intrínseco del instrumento puede obtenerse por simple despeje. Llegados a este punto es necesario dar algunas precisiones respecto de las definiciones de valor fiduciario, que como están referidas a características de la escala requieren la previa caracterización de ésta, lo que haremos mediante las definiciones de la misma norma:

**escala:** El conjunto de marcas y números por medio de los cuales se efectúa la lectura del aparato;

**trazos o marcas:** el conjunto de señales que permiten relacionar la posición del índice con la escala;

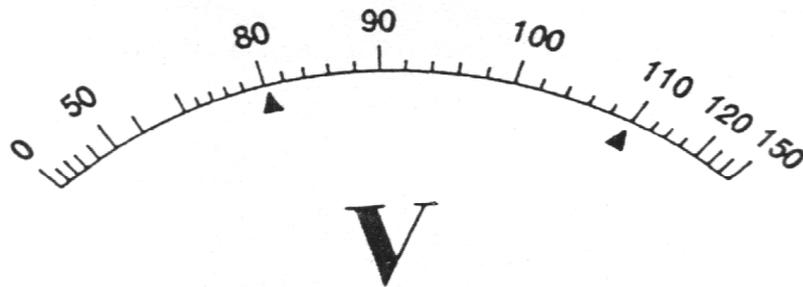
**división:** el espacio comprendido entre marcas sucesivas;

**ámbito de graduación:** la totalidad de la escala;

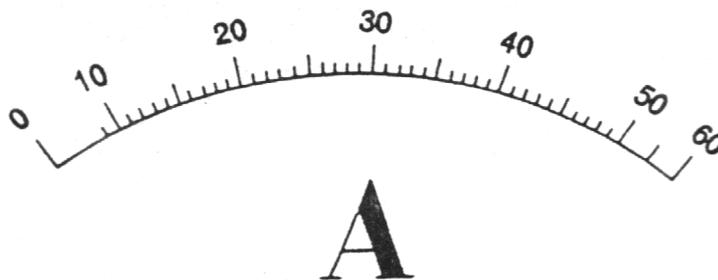
**ámbito de medición:** la parte de la escala para la que se garantizan los errores. Existen distintas maneras de indicar el ámbito de medición, dos de las más comunes son las que se muestran a continuación:

\* Por medio de símbolos o marcas que identifiquen los dos extremos, fig. 2.1;

\* En ausencia de ellos el ámbito de medición queda definido por la zona que cubren las divisiones de menor valor, fig.2.2:



**Figura 2.1.** Ámbito de medición indicado por medio de marcas. El ámbito de graduación va de 0 a 150 V, el de medición de 80 a 110 V.



**Figura 2.2.** Ámbito de medición definido por las divisiones de menor valor. El ámbito de graduación va de 0 a 60 A, el de medición de 8 a 50 A.

Una vez dadas las definiciones anteriores podemos pasar a analizar algunas correspondientes al valor fiduciario. Daremos sólo las que se aplican a los aparatos de uso más frecuente, remitiéndose al lector interesado a la norma correspondiente para una definición completa.

El valor fiduciario se define en función de parámetros característicos de la escala del aparato en cuestión, que permiten que el usuario, por simple inspección, pueda determinarlo en todos los casos.

**a) Corresponde al límite superior del campo de medida en los siguientes tipos de instrumentos:**

- \* aparatos con el cero mecánico o eléctrico en un extremo de la escala;
- \* aparatos con el cero mecánico fuera de la escala, sea cual fuera su posición;
- \* aparatos con el cero eléctrico fuera de la escala, excepto los óhmetros;
- \* frecuencímetros de cualquier tipo. Si son de lengüetas y poseen varias filas de ellas, el valor fiduciario de cada fila es el límite superior de la misma.

El *cero mecánico* corresponde a la posición de reposo del índice en ausencia de excitación. En los aparatos que utilizan una fuente de energía auxiliar, cabe distinguir entre el cero mecánico, que se definió más arriba, y el *cero eléctrico*, que corresponde a la indicación del aparato cuando, con su fuente auxiliar conectada y listo para medir, tiene aplicado un valor nulo de la señal a medir.

**b) es la suma de los valores extremos de la escala, prescindiendo del signo, en los aparatos con el cero dentro de la escala,**

c) corresponde a 90° eléctricos para cosfímetros y fasímetros,

d) es la longitud total de la escala para aparatos con escala no lineal contraída, (óhmetros)

En los aparatos de alcances múltiples, si se indica un solo número como índice de clase se entiende que vale para todos ellos; en caso contrario se indican los distintos valores para cada uno de los alcances o funciones.

Los índices de clase normalizados por la IEC son:

$$0,1, 0,2, 0,3, 0,5, 1, 1,5, 2,5, 5.$$

En general se prefieren los valores que están en relación 1-2-5.

### 2.3. Lectura de un aparato analógico

En los casos de aparatos con escala única, graduada directamente en unidades de la cantidad que se mide, como las figuras precedentes, la lectura es inmediata. Cuando, en cambio el instrumento posee escalas múltiples, se calcula para cada una de ellas la **constante de lectura**, definida como el cociente del valor máximo medible en el alcance seleccionado por el número total de divisiones. Llamando  $X_{máx}$  al alcance seleccionado, y  $\delta_{máx}$  al número de divisiones de la graduación correspondiente, la constante de lectura se obtiene como:

$$k_x = \frac{X_{máx}}{\delta_{máx}} \quad (2.2)$$

la que permite calcular el valor medido por medio de:

$$X_m = k_x * \delta_m \quad (2.3)$$

Si, por ejemplo, se posee un aparato con escala con 100 divisiones, clase 0,5, alcance 1 A, su constante de lectura será  $k_l = 0,01$  A/div. Si se leyeron 82 divisiones, el resultado de la medida será:

$$I_m = k_l * \delta_m = 0,01 * 82 = 0,82 A \quad (2.4)$$

mientras que el error absoluto límite de medida resultará:

$$E_I = \pm \frac{c}{100} I_f = \pm \frac{0,5}{100} * 1 = \pm 0,005 A \quad (2.5)$$

por lo que la expresión final de la medición se escribirá:

$$I = (0,820 \pm 0,005) A \quad (2.6)$$

Si observamos la (2.5) podemos llegar a una conclusión importante: El error absoluto máximo de indicación, expresado en las unidades que se miden, resulta constante para un aparato analógico al que le resulten aplicables cual-

quiera de las definiciones de valor fiduciario a), b) o c) del punto 2.2. En consecuencia, cuanto menor sea la deflexión, o sea, más próxima al comienzo de la escala se realice la medición, tanto mayor será el **error relativo de indicación**. Surge entonces una primera conclusión importante: Conviene leer el aparato lo más cerca posible del fondo de escala, con lo que los errores se minimizan. En el caso extremo en que la indicación coincide con el valor fiduciario, el error relativo tomará su valor mínimo, coincidente con el índice de clase del aparato.

Otra es la situación cuando el valor fiduciario responde a la definición d). En este caso se lo expresa en unidades de longitud, y al ser la escala alineal, ya no puede decirse que el error absoluto, **expresado en unidades de la cantidad medida**, sea constante. Por lo tanto la conclusión de más arriba pierde validez, y para este tipo de aparatos la condición de menor error relativo deja de darse al fondo de escala, y pasa a estar en posiciones intermedias. Caso típico es el de los óhmetros analógicos, que se estudiarán oportunamente.

## 2.4. Características básicas de la presentación de un aparato digital

Como anticipáramos más arriba este tipo de aparatos son los más modernos, y su uso es cada vez más difundido, Se los caracteriza, desde el punto de vista de la presentación del resultado, por el número de dígitos con que lo hacen, entendiéndose por tales a los indicadores que pueden variar desde cero hasta nueve. Así un aparato de 3 dígitos tendrá una presentación mínima 000 y una máxima de 999. El cambio de alcances significa el cambio de posición de la coma decimal.

Cuando no todos los dígitos pueden adoptar cualquier valor, sino que el más significativo sólo puede tomar un reducido número de ellos, por ejemplo, 0, 1, 2 o 3, se tiene lo que se llama un aparato de  $n^{1/2}$  o  $n^{3/4}$  dígitos. Si bien no existe una coincidencia total entre fabricantes respecto de cuál es la frontera entre la presentación " $1/2$ " y la presentación " $3/4$ ", y las normas aún no establecen una distinción clara, es común llamar de  $n^{1/2}$  a los aparatos cuya presentación máxima es tal que el dígito más significativo no pasa de 1 o 2, reservando el nombre de  $n^{3/4}$  en los que el más significativo de los dígitos puede alcanzar valores mayores (3,...4), sin que a veces la presentación máxima corresponda al caso en que todos los demás dígitos sean 9.

Así un aparato de  $3^{1/2}$  dígitos será capaz, en una versión muy difundida, de una presentación máxima de 1999. Es costumbre, en el caso de los aparatos de alcances múltiples de esta presentación, establecer que todos ellos corresponden a presentaciones en las que la cifra más significativa sea 2, a pesar de que resulta un valor inalcanzable para él. Por ejemplo, un voltímetro de alcances múltiples de  $3^{1/2}$  dígitos, con presentación máxima 1999, suele tener los siguientes alcances;

200 mV, 2 V, 20 V, 200 V, 1000 V.

Todos ellos se obtienen simplemente corriendo de lugar la coma decimal. Comentario aparte merece el mayor de todos, 1000. En él la limitación se produce no por incapacidad de presentar el número correspondiente sino por razones constructivas que hacen que el aparato no admita tensiones mayores de 1000 V, como veremos oportunamente..

La generalización al caso de los aparatos de  $n^{3/4}$  dígitos es inmediata. Un óhmetro digital de  $3^{3/4}$  dígitos suele tener por ejemplo, una presentación máxima de 3200, y sus alcances ser:

320  $\Omega$ , 3,2 k $\Omega$ , 32 k $\Omega$ , 320 k $\Omega$ , 3,2 M $\Omega$ , 32 M $\Omega$

Nótese que tanto en este ejemplo como en el de más arriba, el hecho del cambio de alcances mediante el corrimiento de la posición de la coma hace que el escalonamiento de los mismos esté en

relación 1:10, a diferencia de los analógicos, en que la relación entre alcances está impuesta fundamentalmente por la necesidad de leer en las condiciones más favorables.

Como es evidente, si tenemos en cuenta lo dicho cuando se habló de cifras significativas, el número de dígitos está directamente relacionado con la exactitud del aparato, ya que de nada serviría tener una presentación con gran cantidad de cifras que debieran descartarse a la hora de considerar los errores. Existen aparatos de hasta 6½ o más dígitos, estando los de uso general en el orden de 3½ o 4½ dígitos.

El error de los aparatos digitales se expresa generalmente de la siguiente forma:

$$E_x = \pm(p * X_m + m \text{ dígitos}) \quad (2.7)$$

donde  $p$  es un porcentaje del valor medido y  $m$  es una cantidad de dígitos, de los menos significativos, ambos indicados por el fabricante en su hoja de características del aparato. Una forma equivalente, pero menos difundida, de expresar los errores es la siguiente;

$$E_x = \pm(p * X_m + q * FS) \quad (2.8)$$

en la que  $p$  conserva el significado de la ecuación (2.7), y  $q$  representa un porcentaje del valor de fondo de escala (FS: full scale). Como se aprecia, este último porcentaje es traducible en forma inmediata a dígitos, con lo que las dos expresiones se tornan idénticas.

La observación de las (2.7) y (2.8) permite extraer una conclusión importante respecto de la forma más conveniente de leer un aparato de estas características: En ambas el error absoluto consta de dos términos, uno fijo ( $m$  dígitos o  $q * FS$ ), y otro que es variable con el valor leído. El valor relativo del primero de ellos disminuye a medida que crece el valor medido, en tanto que el segundo conserva un valor relativo constante. Por lo tanto, también aquí convendrá leer lo más cerca posible del fondo de escala, pero el error relativo no aumentará tanto al comienzo de la escala como lo hacía en los aparatos analógicos.

## Ejemplo 2. 1

Se necesita medir una tensión continua de aproximadamente 12 V. Se dispone de los siguientes aparatos:

a) analógico; alcances 3 - 10 - 30 V, clase 0,5

b) digital, 3½ dígitos, presentación máxima 1999, alcances 200 mV, 2 - 20 -200 - 1000 V.  $E_U = \pm (0,1 \% U_m + 1 \text{ dígito})$

Elegir de entre los dos aparatos el que permita efectuar la medida con menor error.y expresar correctamente el resultado de la medida.

**Solución**

De lo más arriba expuesto surge que ambos aparatos son aptos para efectuar la medida pedida. Los alcances más convenientes para ellos son 30 V y 20 V, respectivamente, para el analógico y para el digital, en virtud de que son los más cercanos por exceso al valor incógnita.

Si optamos por el analógico, su error absoluto valdrá, aplicando la (2.5)

$$E_U = \pm \frac{0,5}{100} * 30 V = \pm 0,2 V \quad (2.8)$$

por lo que el error relativo, cuando indique 12 V resultará:

$$e_U = \pm \left( \frac{0,15}{12} * 100 \right) = \pm 1,2 \% \quad (2.9)$$

Observar en ambas fórmulas cómo se han redondeado los errores, y se han utilizado las cifras sin redondear en los cálculos intermedios.

Si en cambio utilizamos ahora el aparato digital, tendremos que el alcance más conveniente será el de 20 V, en el cual se cumple:

$$E_U = \pm \left( \frac{0,1}{100} * 12 + 0,01 \right) V = 0,02 V \quad (2.10)$$

con un correspondiente error relativo igual a

$$e_U = \pm \left( \frac{0,022}{12} * 100 \right) = \pm 0,18 \% \approx \pm 0,2 \% \quad (2.11)$$

en la que se ha operado en la forma indicada más arriba.

Se ve, entonces, que el digital es, en este caso el aparato más conveniente para efectuar la medida con el menor error. El resultado final se expresará en la forma:

$$U = (12,00 \pm 0,02) V$$

en la que se han respetado las reglas de acotación de las cifras del resultado expuestas en el capítulo primero.

## 2.5. Resolución de un instrumento (o sistema de medida)

Damos este nombre a la más pequeña fracción de la cantidad medida que es detectable en nuestro aparato o sistema de medida. En el caso de los aparatos digitales su determinación es inmediata: es el dígito menos significativo. En los analógicos corresponderá a la más pequeña fracción de división que sea posible determinar. Depende fuertemente de la clase del aparato y también del grado de entrenamiento del operador. Para un aparato de muy buena clase puede llegar a valer 1/20 de división, alcanzando a veces 1/5 de división en los más bastos.

En el caso de los aparatos analógicos el valor de la resolución, depende, además del operador, de los medios de que esté provisto el instrumento para disminuir los errores de lectura. No se detallan aquí en razón del cada vez más reducido campo de aplicación de estos elementos.

## 2.6. El error de inserción

Hasta aquí nos ocupamos de los errores instrumentales. El análisis se efectuó desde el punto de vista de cuánto se aparta la indicación del aparato del valor de señal que aparece en sus bornes. No nos hemos planteado, sin embargo, el problema de hasta qué punto lo que aparece en bornes del aparato coincide con lo que estaba presente en el circuito *antes de la conexión del instrumento*. El hecho de que la gran mayoría de los aparatos requiera cierta energía del circuito en ensayo para poder dar la indicación, hace que el sólo hecho de conectarlos modifique, en forma más o menos apreciable, el estado de funcionamiento de aquél. El error que por esa circunstancia se produce recibe el nombre de *error de inserción*. Lo analizaremos en algunos casos típicos.

Inicialmente plantaremos el análisis en corriente continua en régimen permanente, pero la generalización a otros casos resulta obvia. Supongamos un voltímetro de resistencia interna  $R_V$ , conectado a un circuito que admita una representación de Thevenin como el de la figura:

Supongamos un voltímetro real, con resistencia de entrada  $R_V$ , conectado a un circuito cuyo equivalente Thevenin sea el de la figura.

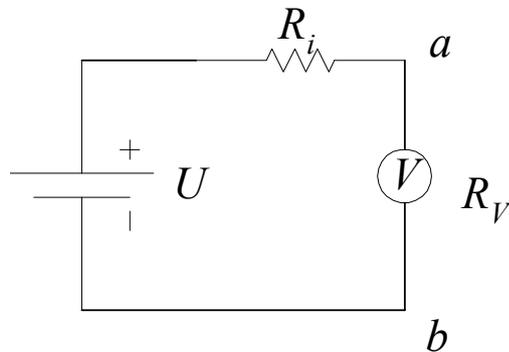


Figura 2.3

La tensión incógnita es  $U$ , pero al conectar el voltímetro se mide  $U_m$ , que vale:

$$U_m = \frac{U}{R_i + R_V} R_V \quad (2.12)$$

distinta de  $U$ , por lo que se comete un error sistemático que recibe el nombre de **error de inserción**, y que vale, en este caso:

$$e_i = \frac{U_m - U}{U} = -\frac{R_i}{R_i + R_V} \quad (2.13)$$

Generalmente,  $R_i \ll R_V$ , por lo que la anterior puede expresarse en la forma:

$$e_i \approx -\frac{R_i}{R_V} \quad (2.14)$$

Las (2.13) y (2.14) merecen un comentario especial. Se nota perfectamente la característica de sistemático del error en la presencia del signo: se mide, en este caso particular, de menos. Por

otra parte, aparece la *relación* entre las resistencia interna del circuito y la del voltímetro como el parámetro que nos permite determinar si el error de inserción será importante o no.

Se puede probar fácilmente que si nuestro interés fuera medir la corriente en una parte de un circuito de características similares al anterior, con un amperímetro de resistencia interna  $R_a$ , el error de inserción valdrá, haciendo las mismas consideraciones que en el caso del voltímetro:

$$e_i \approx -\frac{R_a}{R_i} \quad (2.15)$$

El que en los dos casos considerados hasta ahora, el signo del error sea negativo, de ninguna manera debe inducir al lector a pensar que ése sea siempre el caso, como se irá viendo a medida que progrese el estudio.

Cuando sucede como en las situaciones representadas por las ecuaciones (2.12) y (2.13), si el error de inserción resulta demasiado importante cabe la posibilidad de desafectarlo, pues es conocido en módulo y signo (a diferencia de lo que pasaba con los errores fortuitos, que no son desafectables del resultado). No obstante, esta práctica sólo es posible cuando los circuitos en estudio admiten una representación de Thevenin, o sea, son lineales. Si éste no es el caso, la desafectación resulta imposible.

## Ejemplo 2.2

Se necesita medir la tensión que aparece en bornes de un circuito que admite una representación de Thevenin como la indicada en la figura 2.3. La tensión  $U$  vale 10 V, y la resistencia equivalente  $R_i$  es de 10 k $\Omega$ .

Se dispone de los siguientes aparatos:

- a) analógico; alcance 10 V, clase 0,5,  $R_v = 10 \text{ k}\Omega$
- b) digital, 3½ dígitos, presentación máxima 1999, alcances 200 mV, 2 - 20 -200 - 1000 V.  $E_U = \pm (0,1 \% U_m + 1 \text{ dígito})$ ,  $R_v = 10 \text{ M}\Omega$

Elegir de entre los dos aparatos el que permita efectuar la medida con menor error.y expresar correctamente el resultado de la medida

### **Solución**

Si se compara el enunciado de este problema con el del ejemplo 2.1, se encontrará que el objetivo de ambos es el mismo, pero que en este segundo se considera que los circuitos y aparatos no son ideales.

La respuesta pasará por considerar ambos errores, el sistemático de inserción y el fortuito, y como este último es el decisivo (no desafectable), juzgar la calidad de la medida por su monto.

Si se usara el aparato analógico, el error de inserción valdrá:

$$e_i = -\frac{R_i}{R_i + R_v} * 100 = -50\% \quad (2.16)$$

adoptando la forma usual de expresión del error relativo en por ciento. Nótese que no tiene sentido aplicar aquí la (2.14), pues  $R_i = R_v$ . El resultado anterior nos dice que el aparato indicará 5 V, en lugar de los 10 de la fuente, por lo que el peso del error de inserción es muy grande. Si ahora quisiéramos calcular el error de indicación, él resultará  $\pm 1\%$  pues se lee a mitad de la escala de 10 V.

En cuanto al digital, el error de inserción vale

$$e_i = \frac{U_m - U}{U} = -\frac{R_i}{R_i + R_v} \approx -\frac{R_i}{R_v} = -1\% \quad (2.17)$$

por lo que al voltímetro se le aplicarían 9,99 V en vez de los 10 V de circuito abierto de la fuente.

En cuanto al error instrumental vale:

$$e_v = \pm \left( \frac{0,1}{100} * 9,99 + 0,01 \right) * 100 \approx \pm 0,2\% \quad (2.18)$$

Como se aprecia ambos errores son del mismo orden. En cuanto al resultado final de la medida se obtendrá desafectando el error sistemático y procediendo en la forma habitual con el fortuito.

$$U = (10,00 \pm 0,01) V \quad (2.19)$$

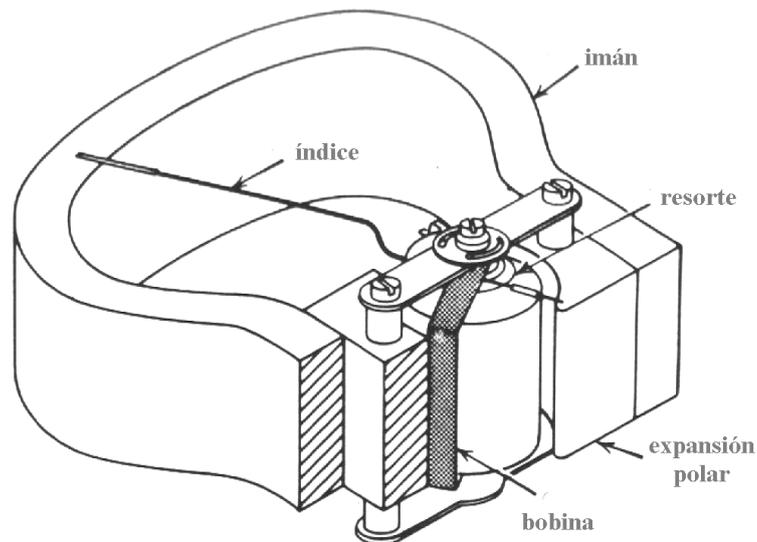
Debe tenerse en cuenta que el error sistemático se desafectará sólo en los casos en que se justifique: si resulta muy pequeño, digamos del orden del décimo o menos del error fortuito, simplemente no se lo tendrá en cuenta. En cuanto al error fortuito, debe tenerse en cuenta que si el valor de la incógnita se ha obtenido a partir del valor medido, y ha sido necesaria una desafectación del error de inserción, será preciso considerar de qué manera intervienen los errores de las resistencias de las distintas partes del circuito en el error final. En el caso del ejemplo 2.3, la pequeña entidad del error de inserción justifica la obtención directa del valor “en vacío”, despreocupándose de los errores de  $R_i$  y  $R_v$ .

## 2.7. Instrumentos eléctricos indicadores analógicos

### 2.7.1. Instrumentos analógicos para corriente continua

Estos instrumentos, cuyas características básicas desde el punto de vista de su lectura y clasificación se citaran en el punto 2.1, son los primeros en hacer su aparición en el campo de las medidas eléctricas. De la gran variedad de los mismos que existían hasta hace algunos años, sólo tienen interés hoy los aparatos de imán permanente y bobina móvil, que veremos aquí en su versión para uso en continua, los de hierro móvil, que estudiaremos en este capítulo, y los electrodinámicos que serán vistos en el capítulo 6.

El instrumento de imán permanente y bobina móvil (IPBM), o de D'Arsonval, constituye el corazón de los multímetros analógicos, y es vastamente empleado como etapa final de muchos sistemas de instrumentación en los que se requiere un aparato barato y sensible. En la figura 2.4 se presenta un esquema de un aparato típico de estas características:

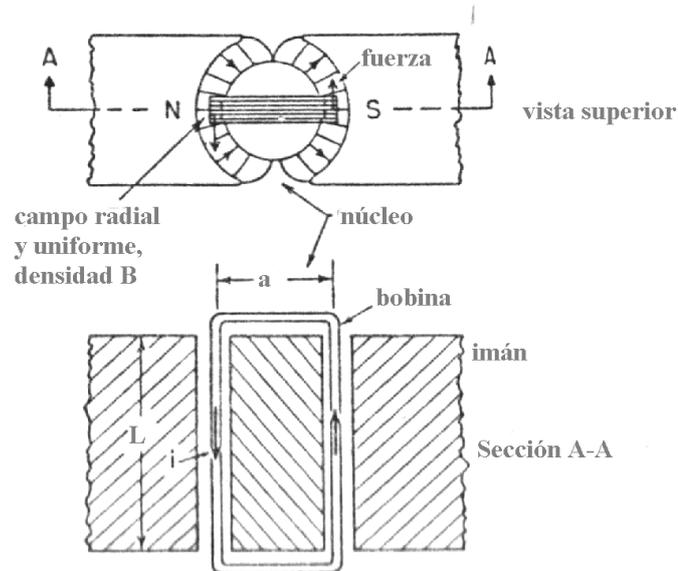


**Figura 2.4:** Esquema básico de un instrumento de imán permanente y bobina móvil

La presencia del núcleo de material ferromagnético hace que el campo en el entrehierro (donde se mueve la bobina) sea radial y uniforme, con lo que el cálculo de la cupla motora es sencillo

No todos los instrumentos de imán permanente y bobina móvil poseen campo radial y uniforme, por lo que las conclusiones que nosotros obtendremos no serán generalizables en forma directa a esos tipos. Es dable remarcar que los aparatos de imán permanente y bobina móvil en uso hoy en día son casi todos de campo radial y uniforme, por lo que nuestra discusión se centrará en ellos. Se remite al lector interesado en profundizar sobre otros tipos a los libros de la bibliografía, donde se los trata con buen detalle.

El cálculo de la cupla motora de estos aparatos se puede hacer a partir de la geometría de la bobina y de las características del campo en el entrehierro por medio de un análisis sencillo.



**Figura 2.5:** Esquema para el cálculo de la cupla motora en un aparato de IPBM

Con referencia a la figura anterior, la fuerza en cada lado de la bobina se obtiene a partir de

$$d\vec{F} = i * d\vec{l} \wedge \vec{B} \quad (2.20)$$

por lo que el par resultante será

$$C_m = B * a * l * n * i \quad (2.21)$$

en la que  $n$  representa el número de vueltas de la bobina, Si llamamos  $S$  a la sección de la bobina la anterior puede escribirse:

$$C_m = B * S * n * i \quad (2.22)$$

que es la expresión de la cupla motora de este tipo de instrumentos. El detalle fundamental de la anterior es que la cupla instantánea, que es la que acabamos de calcular, es proporciona la primera potencia de la corriente. Si se desea obtener la cupla motora media, bastará con hallar el valor medio de la expresión anterior, obteniéndose

$$\overline{C_m} = \frac{1}{T} \int_0^T B * S * n * i * dt = B * S * n * I \quad (2.23)$$

que nos dice que la cupla media es proporcional al valor medio de la corriente que circula por la bobina, o sea, el aparato *mide el valor medio de la corriente que circula por su bobina*.

Con el fin de lograr la indicación del valor de la corriente se lo provee de una cupla antagonista o directriz, proporcional al ángulo girado, por lo que el dispositivo alcanzará, en régimen permanente, un estado en el que ambas cuplas se igualen.

$$\overline{C_m} = k_m * I = k_d * \alpha \quad (2.24)$$

En general no se lee el ángulo girado,  $\alpha$ , sino el recorrido de la aguja sobre una cierta escala, expresado en divisiones,  $\delta$ . Siendo una proporcional a la otra por medio de la longitud del índice, se puede escribir, por fin:

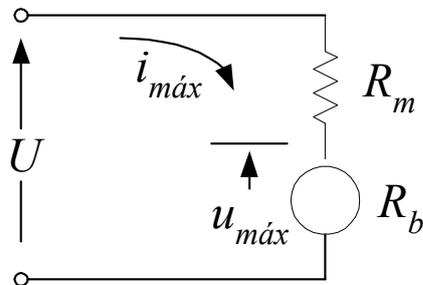
$$\delta = k_I I \quad (2.25)$$

en la que  $k_I$  es la llamada constante de intensidad del instrumento. Al ser la deflexión proporcional al valor medio de la corriente que circula por la bobina, el aparato es esencialmente un instrumento de continua, y su empleo para medir magnitudes alternas requerirá de agregados como los que se tratan en el capítulo 11.

Los valores de corriente que se pueden aplicar directamente a la bobina móvil son muy reducidos (como máximo algunos miliamperes), por lo que para convertir a este tipo de aparatos tanto en voltímetros como en amperímetros, será necesario el agregado de elementos externos que pasamos a analizar.

### 2.7.2. El instrumento de imán permanente y bobina móvil como voltímetro

Como dijéramos en el punto anterior, el instrumento básico es un miliamperímetro, cuyo alcance denotaremos con  $i_{m\acute{a}x}$ . Es claro que para que pueda circular la corriente  $i_{m\acute{a}x}$  por la bobina será necesario aplicar una cierta tensión que llamaremos  $u_{m\acute{a}x}$ , siendo el factor de proporcionalidad entre ambas la resistencia interna de la bobina,  $R_b$ . Si lo que se desea ahora es convertir al instrumento en uno de alcance  $U$ , todo lo que debe hacerse es agregar una resistencia en serie con  $R_b$ , como se aprecia en la figura siguiente:



**Figura 2.6:** Conversión a voltímetro

La resistencia  $R_m$  recibe el nombre de **resistencia multiplicadora** y su cálculo es inmediato a partir de una aplicación de la ley de Ohm al circuito de la figura anterior; la suma de  $R_m + R_b$  recibe el nombre de resistencia interna del voltímetro,  $R_v$ , y es la que ha venido utilizándose como tal en todo nuestro estudio del voltímetro desde el punto de vista de su influencia en un dado circuito. Es interesante remarcar que el cálculo de la multiplicadora no ha tenido para nada en cuenta que el aparato en cuestión sea de IPBM, sino el sólo hecho de que el mismo **mida corriente**, por lo que su generalización es perfectamente válida para cualquier otro instrumento sensible a ese parámetro, como son casi todos los instrumentos convencionales.

Es interesante notar que cualquiera sea el alcance que se desee obtener, puede escribirse:

$$i_{máx} = \frac{u_{máx}}{R_b} = \frac{U}{R_v} \quad (2.26)$$

la anterior suele expresarse en la forma:

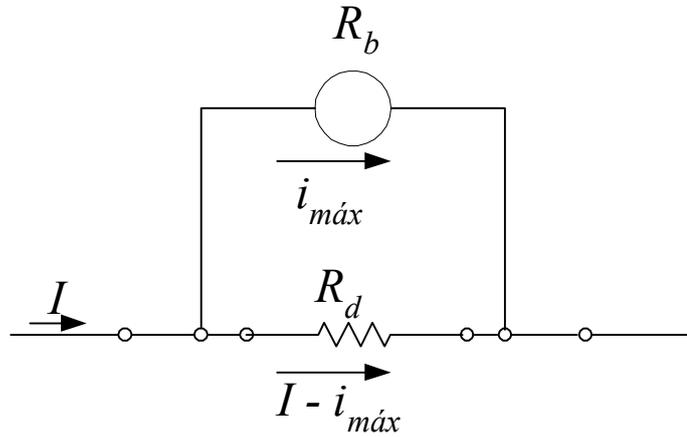
$$i_{máx} = \frac{1}{R_b / u_{máx}} = \frac{1}{R_v / U} = cte. \quad (2.27)$$

en la que el cociente  $R_v / U$ , que es constante para un dado aparato, recibe el nombre de **cifra en  $\Omega/V$  del instrumento**, y puede apreciarse en la mayoría de los aparatos de este tipo impresa en la escala de los mismos.

El concepto de cifra en  $\Omega/V$  es característico de todos los instrumentos que son sensibles a la corriente, grupo en el que se encuentran la gran mayoría de los aparatos analógicos convencionales. La utilidad de la misma radica en que por simple inspección se puede encontrar la corriente de fondo de escala del aparato, y tener una idea de hasta qué punto su inclusión puede alterar el circuito en que se lo conecte. De todos los aparatos convencionales, el de imán permanente y bobina móvil es el que mayor cifra en  $\Omega/V$  posee, llegando hasta 100000  $\Omega/V$  en ciertos instrumentos empleados en multímetros de buena calidad. Es común en aparatos de uso general llegar a 10.000 . . . 20.000  $\Omega/V$  en continua.

### 2.7.3. El instrumento de imán permanente y bobina móvil como amperímetro

El modo de convertir al instrumento básico de imán permanente y bobina móvil en un amperímetro es también sencillo: se basa en armar un divisor de corriente con el instrumento básico y una resistencia extra, como se puede apreciar en la figura siguiente:



**Figura 2.7:** Esquema de conexiones de un derivador

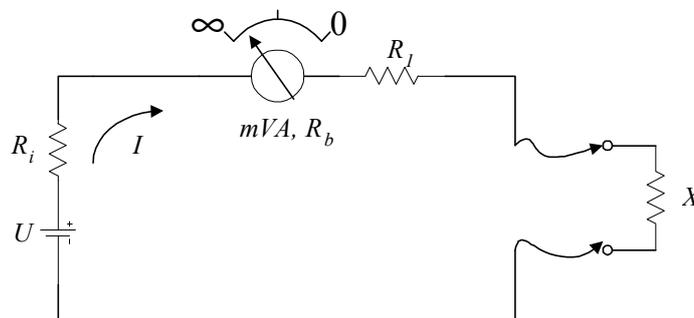
La resistencia  $R_d$  recibe el nombre de **resistencia derivadora**, y su valor es tal que cuando al conjunto se le aplica la corriente  $I$ , que constituye el alcance que se quiere lograr, por el milivoltamperímetro circule la corriente  $i_{m\acute{a}x}$ . Su cálculo es inmediato a partir de la ley de Ohm. En cuanto a la disposición, puede ser tanto interna como externa al instrumento. En la primera de las disposiciones los alcances logrables llegan hasta un máximo que rara vez excede los 30...50 A, en tanto que en la versión externa no hay, en principio, límites a los alcances logrables. Demás está decirlo, en este último caso es imprescindible la configuración de cuatro terminales.

En lo anterior se han expuesto las ideas básicas para la transformación de un instrumento de imán permanente y bobina móvil en un voltímetro o amperímetro de continua. En nuestro estudio no se profundizará más sobre algunos aspectos constructivos que tienen que ver con la limitación de los errores, en particular los relacionados con las magnitudes de influencia, como la temperatura, o la respuesta de los dispositivos a señales periódicas. Se remite al lector interesado a la abundante bibliografía especializada sobre el tema. [4], [5].

## 2.7.4. El instrumento de imán permanente y bobina móvil como óhmetro

### 2.7.4.1. Óhmetro serie

El principio de funcionamiento de este tipo de instrumento se observa en la fig. 2.8. En ella se destaca el empleo de un mVA, que siempre corresponde al tipo de IPBM, por la alta sensibilidad frente a otras variedades de instrumentos indicadores típicos.



**Figura 2.8:** Esquema elemental de un óhmetro serie.

Donde:  $R_i$  = resistencia interna de la fuente,  
 $R_b$  = resistencia interna del instrumento,  
 $R_l$  = resistencia adicional,

$U$  = Fem de la fuente,  
 $X$  = incógnita a medir.

En el circuito de la figura 2.8 se cumple que la corriente  $I$  es una función definida de la incógnita  $X$ , a condición de que los parámetros internos del circuito se mantengan constantes, por lo que es factible calibrar la indicación del milivoltamperímetro directamente en valores de resistencia. Mediante un análisis del mismo se puede establecer el valor de  $R_I$ , que para la condición  $X = 0$ , dé deflexión máxima para un dado instrumento, punto correspondiente al fondo de escala. Se observa que el cero de resistencia coincide con el máximo de deflexión del aparato, y que el mayor valor de resistencia medible tiende, en principio, a una cifra muy grande, limitada en parte por la sensibilidad del instrumento indicador.

Resolviendo el circuito de fig. 2.8, para  $X = 0$ , se tiene:

$$I_{\text{máx}} = \frac{U}{R_b + R_1 + R_i} = \frac{U}{R_s} = k * L \quad (2.28)$$

Donde  $k$ : constante del instrumento;

$L$ : longitud de la escala;

$R_s$ : resistencia equivalente del instrumento.

Para un valor de  $X$  distinto de cero, y considerando que el instrumento es de campo radial y uniforme, lo que asegura la *linealidad en corriente* de su escala, se tiene:

$$I_x = \frac{U}{R_b + R_1 + R_i + X} = \frac{U}{R_s + X} = k * l \quad (2.29)$$

Donde  $l$  es la deflexión del instrumento en unidades de longitud de la escala, que corresponde al valor de corriente  $I_x$ .

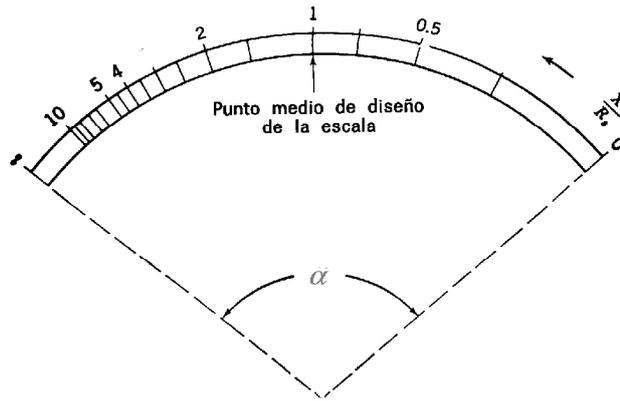
Operando con las anteriores ecuaciones se deduce:

$$I_x = \frac{I_{\text{máx}}}{1 + X/R_s} \quad (2.30)$$

o lo que es lo mismo:

$$l = \frac{L}{1 + X/R_s} \quad (2.31)$$

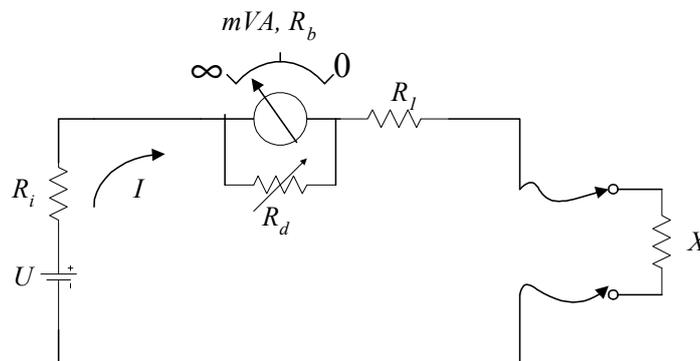
Las anteriores dan la ley de variación de la corriente (o de la deflexión en términos de longitud de escala) en función de la incógnita  $X$  para una dada configuración, manteniéndose  $R_s$  constante. En ellas se observa que varían en forma hiperbólica con  $X$ , según una ley que depende de  $X$  y  $R_s$  en términos *relativos* y no de valores absolutos, por lo que a partir de las mismas es factible trazar la apariencia real de la escala del óhmetro en forma general, con independencia del alcance, como se aprecia en la figura:



**Figura 2.9:** Escala de un óhmetro serie

en la que se destaca el punto en el que  $X = R_s$ , mitad de escala del aparato. Este punto, llamado por algunos autores *punto medio de diseño de la escala del instrumento* [4], es el que define la graduación de las distintas escalas según sea la resistencia de salida del aparato, de lo que se deduce que será suficiente para obtener distintos rangos de medición, contar con tantos valores de  $R_s$  como escalas se deseen. Esto a menudo se complementa y optimiza mediante cambios de la tensión de alimentación.

Todo lo expresado en párrafos anteriores sugiere que el instrumento es capaz de medir resistencias en términos de deflexión (corriente) de un instrumento indicador a condición de que *todos* los elementos que componen su circuito permanezcan invariables respecto de los valores existentes durante la calibración. Esta condición rara vez se cumple, pues generalmente se utilizan pilas de uso corriente como fuente de excitación, por lo que tanto  $U$  como  $R_s$  se ven alteradas como consecuencia del reemplazo o envejecimiento de las mismas, o de las condiciones de medición. Para paliar este inconveniente es que se modifica el circuito básico de la figura 2.8 por el de la figura 2.10, en el que se aprecia la inclusión de una resistencia derivadora  $R_d$ , variable y en paralelo con el instrumento indicador, que cumple el cometido de ajustar el “cero” para diferentes valores de  $U$  y  $R_i$  de la fuente, manteniendo a su vez *sensiblemente* constante la resistencia equivalente del circuito, condición básica de validez del calibrado de la escala. Esto último se logra haciendo que sean  $R_l$



**Figura 2.10:** Circuito real de ajuste de cero de un óhmetro serie.  $R_d$  se ajustará cortocircuitando las puntas cada vez que se lo utilice.

(y  $R_b$ ) las resistencias dominantes en el circuito de la figura, por lo que el ajuste del cero provocará que circule la misma corriente por el aparato (la de fondo de escala) aunque la que lo hará por la incógnita puede variar en función del estado de la pila, fundamentalmente.

Un análisis simple del comportamiento del circuito estudiado pone de manifiesto sus inconvenientes cuando se trata de calibrar escalas de valores pequeños, del orden de algunos ohms o menos, dada la imposibilidad de contar con valores de resistencia de salida  $R_s$  lo suficientemente bajos (recordar que  $R_s$  define los valores de la escala), ya que el valor de  $R_b$ , condicionado por el tipo de instrumento empleado, no puede disminuirse. Tampoco cabe pensar en colocar un derivador de bajo valor en paralelo con el instrumento indicador, pues ello conduce a desmejorar la sensibilidad del dispositivo. Éstas son parte de las causas que limitan la aplicación de la variante de óhmetros serie en el campo de las bajas resistencias, lo que se soluciona parcialmente con el esquema de *óhmetro paralelo*.

### 2.7.4.2. Óhmetro paralelo.

Difiere del serie en que coloca la resistencia incógnita en paralelo con el instrumento indicador, como se ve en la figura 2.11.

Un análisis del circuito, similar al hecho para el óhmetro serie, permite determinar que para  $X = 0$ , la corriente del instrumento será nula, y para  $X \rightarrow \infty$  alcanzará su valor máximo, de lo que se infiere que la ubicación de los límites de escala es inversa a la de la variante serie, según se aprecia en la figura 2.12.

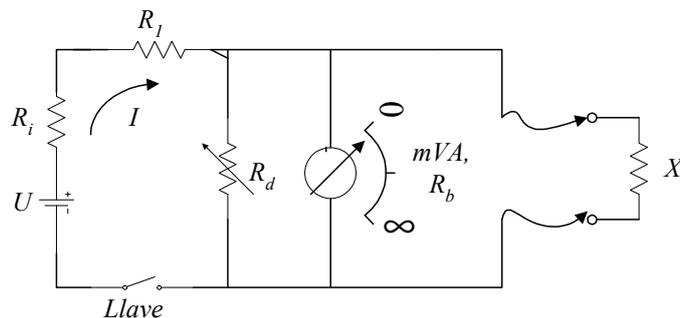


Figura 2.11: Esquema de un óhmetro paralelo.

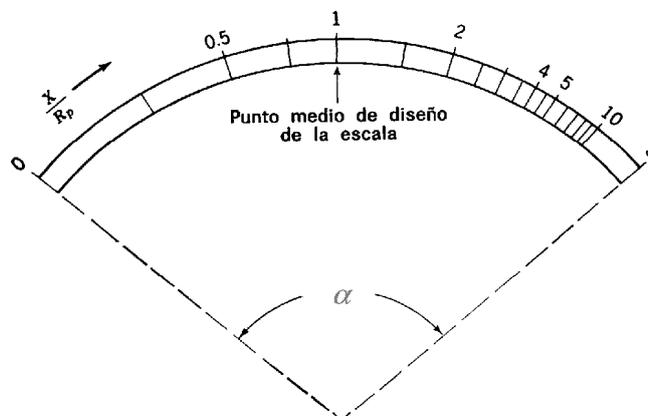


Figura 2.12: Escala de un óhmetro paralelo.

El análisis cuantitativo de lo anterior, si bien es sencillo, no se justifica en este momento, dado que el empleo de este tipo de instrumental (óhmetros analógicos) es cada vez más reducido, lo que le resta en parte interés; además, su comportamiento desde el punto de vista de los errores, se deduce en forma similar que para el caso anterior (óhmetro serie) y los resultados son exactamente los mismos en función de los parámetros del circuito representados a través de la resistencia de salida  $R_s$ .

El ajuste de cero, en este caso deberá hacerse en circuito abierto. El particular diseño de estos aparatos, para medir resistencias que pueden llegar a ser muy bajas, obliga a tener en cuenta en tales casos el valor de la resistencia de las puntas, el que deberá ser desafectado en los casos en que se justifique.

### 2.7.4.3. Exactitud de los óhmetros analógicos.

Los óhmetros analógicos se encuadran dentro del tipo de instrumentos cuyos errores se definen mediante el índice de clase, analizado oportunamente.

Solamente cabe ver de qué forma se relaciona el error intrínseco, definido para el valor fiduciarío expresado en términos de *longitud de escala*, a valores de resistencia, que es el parámetro de interés usual.

Al índice de clase  $c$  lo define la norma de Ref. [1] como:

$$c = \frac{\Delta I}{L} \quad (2.32)$$

donde  $\Delta I$  es el error absoluto límite del instrumento (intrínseco) definido en términos de longitud de escala. Derivando respecto de la variable  $X$  a la ecuación (2.31), y tomando incrementos finitos  $\Delta I$  y  $\Delta x$ , se tiene:

$$\Delta I = \frac{L * R_s}{(R_s + X)^2} * \Delta x \quad (2.33)$$

Con lo que, aplicando la definición de error relativo queda:

$$e_x = \pm c \frac{(R_s + X)^2}{R * X} \quad (2.34)$$

Del análisis de la fórmula (2.34) se deduce que el error relativo *mínimo* cometido con un óhmetro de clase  $c$  es:

$$e_{\min} = \pm 4c \quad (2.35)$$

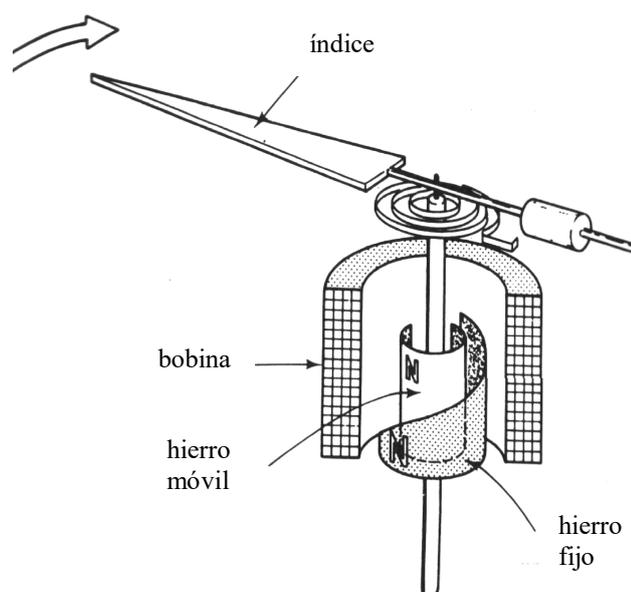
para  $X = R_s$ , lo que explica por qué se mencionó desde un principio que se trataba de instrumentos que permitían medir con *moderada exactitud* (notar que cuadruplica en términos generales el error propio del instrumento básico empleado).

Con idéntico tratamiento se llega a la expresión del error para el caso de instrumentos paralelo. Las expresiones finales son idénticas a las (2.34) y (2.35).

### 2.7.5. El instrumento de hierro móvil

Su esquema de principio puede apreciarse en la figura 2.13

La cupla motora se obtiene a partir de la fuerza que se ejerce sobre una o más piezas móviles de hierro dulce, debido al campo que crea una bobina fija excitada por la señal que se desea medir. La cupla motora de este tipo de instrumentos es proporcional al cuadrado del valor instantáneo de la corriente aplicada a la bobina, por lo que la cupla motora media, con un razonamiento similar al aplicado en la ecuación 2.23., conduce al hecho de que la indicación de estos aparatos, cuando son excitados con alterna, es proporcional al **valor eficaz de la corriente que circula por la bobina**, por lo que son instrumentos de valor eficaz verdadero. Al ser aparatos que miden corriente, puede decirse lo mismo para ellos, en líneas generales, que para los de IPBM. Así, cabe hablar de cifra en  $\Omega/V$ , que resulta notoriamente inferior a la de aquéllos (son valores típicos, desde 100 hasta como máximo 500 ... 1000  $\Omega/V$ ) por lo que no son empleados hoy en día en continua. Su campo de aplicación fundamental son los instrumentos de tablero de alterna, en los que su ventaja fundamental es su costo muy bajo frente a otras alternativas.



**Figura 2.13:** Esquema de principio de un instrumento de hierro móvil

## 2.8. Referencias

[1]: Comisión Electrotécnica Internacional: Norma IEC 51: “Direct acting indicating analogue electrical-measuring instruments and their accessories”. Esta norma comprende 9 partes, editadas entre los años 1984 y 1994.

[2] Comisión Electrotécnica Internacional: Norma IEC485: “Digital electronic d.c. voltmeters and d.c. electronic analogue to digital converters” , 1974.

[3] Comisión Electrotécnica Internacional: Norma IEC 359: “Expression of the performance of electrical and electronic measuring equipment”, 1987.

[4] Stout, Melville B.: “Basic Electrical Measurements”, Prentice Hall, 1960

[5] Cooper, William D., Helfrick, Albert D.: “Instrumentación Electrónica Moderna y Técnicas de Medición”, Prentice Hall, 1991