

MEDIDAS ELÉCTRICAS

Guía de estudios

Capítulo 5

Ing. Jorge L. Dampé
Ing. Ricardo Dias
Cátedra de Medidas Eléctricas

Capítulo 5

Puentes de corriente alterna

5.1. Generalidades de los puentes de corriente alterna

Sea el siguiente circuito típico puente excitado con tensión alterna:

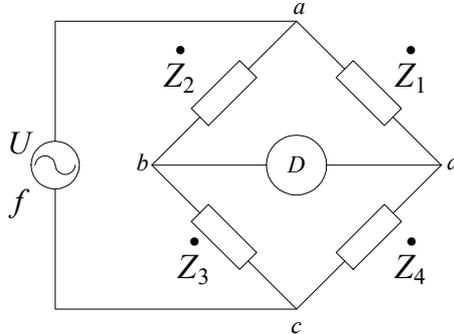


Figura 5.1: Esquema circuital de un puente de corriente alterna.

En todo lo que sigue consideraremos, por simplicidad, que la impedancia equivalente de la fuente de alimentación es despreciable. Lo estudiaremos en condiciones de equilibrio, es decir cuando se cumple que $U_{bd} = 0$ (análogamente a lo mencionado para el caso de los puentes de corriente continua, no es ésta la única condición en que se aplican estos circuitos). Si tal se cumple, se encuentra la conocida condición de equilibrio:

$$\dot{Z}_1 * \dot{Z}_3 = \dot{Z}_2 * \dot{Z}_4 \quad (5.1)$$

Formalmente idéntica a la de los puentes de corriente continua, presenta sin embargo una diferencia: se trata de una igualdad entre complejos, que implica dos igualdades reales, en módulo y en argumento. Si se expresan los complejos en forma polar, $Z_i = |Z_i| e^{j\varphi_i}$, se puede poner:

$$\begin{cases} |Z_1| * |Z_3| = |Z_2| * |Z_4| \\ \varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4 \end{cases} \quad (5.2)$$

la observación de la segunda de las expresiones (5.2) permite, por simple inspección, determinar si un puente es equilibrable o no. Así, el segundo de los puentes dibujados en la figura 5.2 no es equilibrable, en tanto que sí lo es el primero.

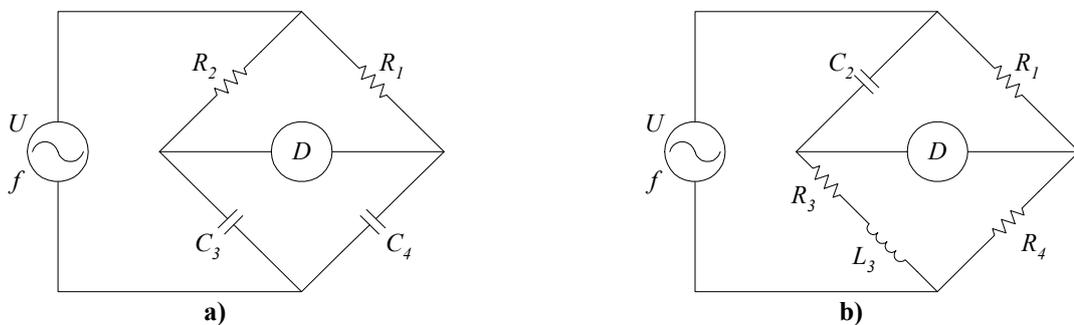


Figura 5.2: Esquema circuital de dos puentes de corriente alterna, a) equilibrable, b) no equilibrable.

Es evidente que si se conocen tres de las cuatro impedancias que conforman el puente, la cuarta puede determinarse a partir de los valores que toman las restantes para lograr la condición de equilibrio. Llamando $\dot{Z}_4 = \dot{Z}_X$, se puede poner:

$$\dot{Z}_X = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2} \quad (5.3)$$

o

$$\dot{Z}_X = \dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_3 \cdot \dot{Y}_2 \quad (5.4)$$

o cualquier otra combinación posible.

Sin duda, los circuitos puente para medir impedancias son muy numerosos, y tienen una gran variedad de nombres. En los casos más comunes, la coincidencia en cuanto a nomenclatura es casi total en la bibliografía, no así en los más especializados.

Nos interesa ahora ver con qué criterios se seleccionan los elementos para conformar las ramas del puente, son ellos fundamentalmente los siguientes:

- **Exactitud:** Se basa en la disponibilidad de elementos variables estables y exactos. En orden decreciente de exactitud los elementos de que se dispone son resistores (R), capacitores (C) e inductores (L). En consecuencia un puente tendrá la mayor cantidad de resistores que sea posible, luego capacitores y en último lugar inductores. Es de señalar que el orden antes citado se aplica también a los elementos variables y que en general un elemento fijo es susceptible de definirse con una exactitud mayor que uno que no lo es.
- **Condiciones de servicio:** En muchos casos, la correcta caracterización de una impedancia requiere que la medición sea efectuada a determinados valores de frecuencia, y de corriente (se aplica, en general, a los inductores), o tensión (más común para los capacitores). Estos últimos dos parámetros impiden, muchas veces, la selección de elementos variables en determinadas ramas del puente, pues ellos tienen más limitaciones que los fijos en cuanto a las solicitaciones de corriente o tensión que admiten. Sobre este punto volveremos al tratar algunos puentes típicos.
- **Posibilidad de equilibrarlo:** Otro criterio que debemos contemplar es la convergencia, que depende no sólo de la combinación de elementos variables de un dado puente, sino también del tipo de detector que se emplee. Respecto de esto último vale la pena remarcar que actualmente los tipos más comunes son: los instrumentos electrónicos indicadores de corriente alterna y los osciloscopios detectores de cero, que no son ni más ni menos que osciloscopios con opción de barrido sinusoidal que facilita la llegada al equilibrio (permiten ver una elipse de Lissajous en pantalla), en general con control automático de ganancia, y con un ancho de banda muy estrecho centrado en la frecuencia de medición.

5.2. Estudio del circuito

5.2.1. Convergencia al equilibrio

Con lo estudiado al final del punto 5.1 se le dio forma al puente y se esbozaron, por un lado, algunos criterios de conveniencia para la elección de los elementos variables, y por otro se efectuaron consideraciones que revelan la importancia de conocer las características de variación de la tensión en bornes del detector (en especial en las cercanías del equilibrio), tema que se pretende detallar a continuación.

El estudio de la convergencia de un puente permite determinar de qué forma se llega a la condición de señal “cero” en el detector. Para poder realizarlo hallaremos inicialmente el circuito equivalente de Thevenin, “visto” desde los bornes del detector (b y d en la figura 5.1). El resultado es el siguiente:

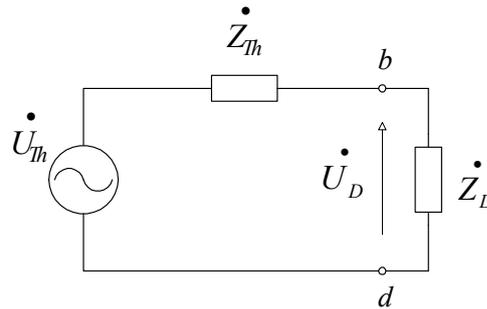


Figura 5.3: Circuito equivalente de Thevenin correspondiente a un puente de corriente alterna como el mostrado en la figura 5.1.

donde:

$$\dot{Z}_{Th} = \left[\frac{\dot{Z}_1 * \dot{Z}_X}{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_X)} + \frac{\dot{Z}_2 * \dot{Z}_3}{(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3)} \right] \quad (5.5)$$

y

$$\dot{U}_{Th} = \left[\frac{\dot{Z}_1 * \dot{Z}_3 - \dot{Z}_2 * \dot{Z}_X}{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_X) * (\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3)} \right] * \dot{U} \quad (5.6)$$

mediante las cuales podemos hallar la tensión \dot{U}_D del circuito anterior, como:

$$\dot{U}_D = \left[\frac{\dot{Z}_1 * \dot{Z}_3 - \dot{Z}_2 * \dot{Z}_X}{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_X) * (\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3)} \right] * \left[\frac{\dot{Z}_D}{(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D)} \right] * \dot{U} \quad (5.7)$$

Como interesa la variación de \dot{U}_D en las vecindades del equilibrio, debemos analizar cómo se modifica la (5.7) cuando se dan las pequeñas variaciones a los correspondientes elementos

variables, que son necesarias para hacer nula la señal en el detector. Si se examinan los términos que intervienen en la (5.7) podemos inferir que:

$$\dot{U} = cte. , \quad (5.8)$$

$$\left(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_X \right) * \left(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 \right) \approx cte. \quad (5.9)$$

y

$$\frac{\dot{Z}_D}{\left(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D \right)} \approx cte. \quad (5.10)$$

El primero por razones obvias y los dos restantes por tratarse de un producto y un cociente de factores, de los cuales sólo uno varía *muy poco* en las condiciones de interés. Luego, únicamente $\left(\dot{Z}_1 * \dot{Z}_3 - \dot{Z}_2 * \dot{Z}_X \right)$, al que de aquí en más denominaremos \dot{d} , es el responsable de la variación de \dot{U}_D , por lo que estudiar las variaciones de ésta es lo mismo que hacerlo con las de \dot{d} , que sólo difiere en un complejo constante respecto de \dot{U}_D .

Nos centraremos, pues, en el estudio de \dot{d} cuando el puente se acerca al equilibrio:

$$\dot{d} = \dot{Z}_1 * \dot{Z}_3 - \dot{Z}_2 * \dot{Z}_X \quad (5.11)$$

que, si expresamos las \dot{Z}_i en forma binómica, $\dot{Z}_i = R_i + jX_i$, puede escribirse como:

$$\dot{d} = (R_1 + jX_1) * (R_3 + jX_3) - (R_2 + jX_2) * (R_X + jX_X) \quad (5.12)$$

Si variamos ahora un elemento cualquiera de los de la ecuación anterior, nos encontramos conque el lugar geométrico que describe el extremo de \dot{d} en el plano complejo es una recta, cuya pendiente resulta ser el argumento del complejo que es factor del elemento variable en la expresión anterior.

Sea, por ejemplo, R_1 el elemento variable. La (5.12) puede reescribirse:

$$\dot{d} = R_1 * (R_3 + jX_3) + \dot{A}_0 \quad (5.13)$$

donde:

$$\dot{A}_0 = jX_1 * (R_3 + jX_3) - (R_2 + jX_2) * (R_X + jX_X) \quad (5.14)$$

la (5.13), para R_1 variable, es una recta cuya pendiente es el argumento de $R_3 + jX_3$, que puede calcularse como:

$$\arg(R_3 + jX_3) = \arg \frac{\partial \dot{d}}{\partial R_1} \quad (5.15)$$

la anterior puede generalizarse, considerando un elemento variable cualquiera al que podemos identificar por ejemplo como S_1 , y representarse de la siguiente forma:

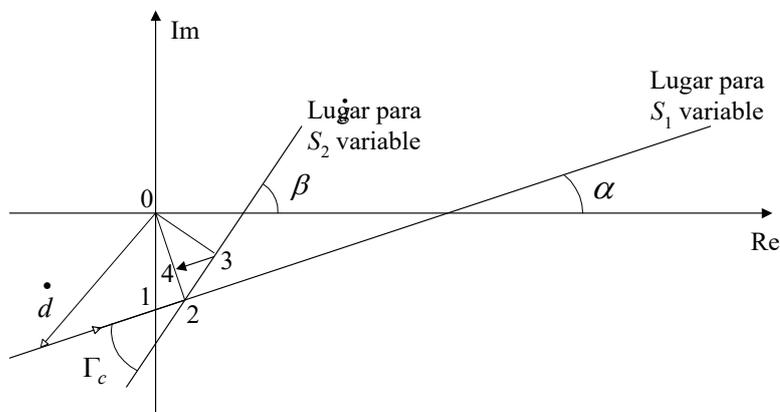


Figura 5.4: Lugar geométrico de \dot{d} cuando se varía el elemento S_1 .

Se ve que a medida que se varía S_1 la señal en el detector se achica hasta llegar al punto 2, de mínima distancia al origen, a partir del cual la señal vuelve a crecer. Se aprecia que con un solo elemento variable es imposible alcanzar el equilibrio salvo en el caso excepcional en que la recta pase por el origen. En la generalidad de los casos, llegados al punto 2 es necesario variar otro elemento, llamémoslo S_2 , y recorriendo la nueva recta llegar hasta un punto como el 3, a partir del cual se hace necesario variar de nuevo S_1 , hasta llegar a 4, luego se regula nuevamente S_2 y así sucesivamente hasta llegar tan próximo al origen como sea posible.

El ángulo Γ_c recibe el nombre de **ángulo de convergencia** y resulta característico de una dada combinación de elementos variables. En base a lo ya dicho es calculable a partir de:

$$\Gamma_c = \arg \frac{\partial \dot{d}}{\partial S_1} - \arg \frac{\partial \dot{d}}{\partial S_2} = \alpha - \beta \quad (5.16)$$

quedándonos siempre con el agudo.

5.2.2. Sensibilidad

Análogamente a lo efectuado para los puentes de corriente continua, estudiaremos la sensibilidad partiendo del circuito equivalente de Thevenin. Ya que lo que interesa analizar es el comportamiento de la tensión en el detector, \dot{U}_D , en las cercanías del “cero”, para pequeñas

variaciones de \dot{Z}_X respecto de su valor de equilibrio (a las que identificaremos como $\Delta\dot{Z}_X$), partiendo de la ecuación (5.7) se puede llegar a:

$$\Delta\dot{U}_D = \frac{\dot{U} * \dot{Z}_2 * \dot{Z}_D * \Delta\dot{Z}_X}{\left(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_X \right) * \left(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 \right) * \left(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D \right)}, \quad (5.17)$$

valor de \dot{U}_D en las cercanías del equilibrio.

De la anterior se puede obtener:

$$\Delta\dot{Z}_X = \frac{\Delta\dot{U}_D * \left(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_X \right) * \left(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 \right) * \left(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D \right)}{\dot{U} * \dot{Z}_2 * \dot{Z}_D} \quad (5.18)$$

Para el cálculo del error de insensibilidad procederemos en forma enteramente análoga a lo ya visto en el caso de los puentes de corriente continua. Partiendo de la ecuación (5.18), cuando $\Delta\dot{U}_D \rightarrow \Delta_0\dot{U}_D$ (mínima tensión detectable), entonces $\Delta\dot{Z}_X \rightarrow (\Delta\dot{Z}_X)_i$, por lo que la expresión del error de insensibilidad se puede escribir como:

$$e_i = \pm \frac{(\Delta\dot{Z}_X)_i}{\dot{Z}_X} = \pm \frac{\Delta_0\dot{U}_D * \left(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_X \right) * \left(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_3 \right) * \left(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D \right)}{\dot{U} * \dot{Z}_2 * \dot{Z}_D * \dot{Z}_X} \quad (5.19)$$

Por otra parte, y ya que estamos estudiando al puente en las cercanías del equilibrio, sabemos que $\dot{Z}_1 * \dot{Z}_3 = \dot{Z}_2 * \dot{Z}_X$, con lo cual podemos definir: $\dot{A} = \frac{\dot{Z}_X}{\dot{Z}_1} = \frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2}$. La (5.19) podrá expresarse entonces como:

$$e_i = \pm \frac{(\Delta\dot{Z}_X)_i}{\dot{Z}_X} = \pm \frac{(1 + \dot{A})^2}{\dot{A}} * \frac{(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D)}{\dot{Z}_D} * \frac{\Delta_0\dot{U}_D}{\dot{U}} \quad (5.20)$$

La (5.20) nos dice, entre otras cosas que: el error de insensibilidad es inversamente proporcional a \dot{U} (conclusión similar a la encontrada para los puentes de continua), y depende directamente del factor $\frac{\dot{A}}{(1 + \dot{A})^2}$, al cual por su relación con las características de las ramas del puente,

denominaremos **factor del puente**, y denotaremos como \dot{f}_p . Cabe observar que, en la fase de diseño del puente, convendrá buscar que este último sea lo más pequeño posible (no se debe perder de vista, sin embargo, que como veremos más adelante, muchas veces existen exigencias respecto de las condiciones de corriente o tensión a los cuales se debe medir una determinada incógnita, que obligan a dejar en segundo plano la consideración efectuada).

Volviendo a la (5.20), observamos que, como era esperable, se ha llegado a una expresión con componentes resistiva y reactiva. Si consideramos que:

$$\frac{\dot{\Delta Z}_X}{\dot{Z}_X} = \frac{\dot{\Delta R}_X}{\dot{Z}_X} + j \frac{\dot{\Delta X}_X}{\dot{Z}_X}, \quad (5.21)$$

y que:

$$R_X = \dot{Z}_X * \cos \varphi_X \quad (5.22)$$

y

$$X_X = \dot{Z}_X * \sen \varphi_X, \quad (5.23)$$

entonces podemos escribir:

$$\frac{\dot{\Delta Z}_X}{\dot{Z}_X} = \frac{\dot{\Delta R}_X}{R_X} * \cos \varphi_X + j \frac{\dot{\Delta X}_X}{X_X} * \sen \varphi_X, \quad (5.24)$$

con lo cual es dable concluir que la sensibilidad de un puente de corriente alterna no necesariamente es la misma para el equilibrio de la parte resistiva que para el de la reactiva.

Así, podemos reescribir la (5.20) separando sus componentes resistiva y reactiva (real e imaginaria):

$$e_{i_{R_X}} = \pm \frac{(\dot{\Delta R}_X)_i}{R_X} = \pm \frac{1}{\cos \varphi_X} * \mathbf{Re} \left[\dot{f}_p * \frac{(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D)}{\dot{Z}_D} * \frac{\dot{\Delta}_0 \dot{U}_D}{\dot{U}} \right] \quad (5.25)$$

y

$$e_{i_{X_X}} = \pm \frac{(\dot{\Delta X}_X)_i}{X_X} = \pm \frac{1}{\sen \varphi_X} * \mathbf{Im} \left[\dot{f}_p * \frac{(\dot{Z}_{Th} + \dot{Z}_D)}{\dot{Z}_D} * \frac{\dot{\Delta}_0 \dot{U}_D}{\dot{U}} \right] \quad (5.26)$$

5.3. Circuitos puente típicos

Con los criterios citados en los puntos 5.1 y 5.2 pueden armarse diferentes circuitos puente que pasaremos a analizar. Previamente es necesario decir dos palabras respecto de los circuitos equivalentes que aceptaremos para las impedancias incógnitas. Como sabemos tanto para un inductor real como para un capacitor real, en ciertas condiciones de funcionamiento, que corresponden a las que consideraremos en nuestros puentes, pueden aceptarse equivalentes RL o RC, respectivamente. Ante la pregunta acerca de cuál combinación, si serie o paralelo es más conveniente para un dado circuito puente, la respuesta es que se elige la que da ecuaciones de equilibrio más fáciles de manejar; es así que frecuentemente en los puentes para medir capacidades se usarán los equivalentes serie. En los casos en que sea necesario obtener los parámetros de otros equivalentes, el cambio es obvio a partir de fórmulas simples de circuitos.

5.3.1. Puentes para medir inductancias por comparación

De acuerdo con los criterios más arriba indicados, un puente que mida inductancias por comparación con otra patrón adolecerá del inconveniente fundamental de que no será capaz de alcanzar las exactitudes de otro que prescindiera de inductores de comparación en su configuración.

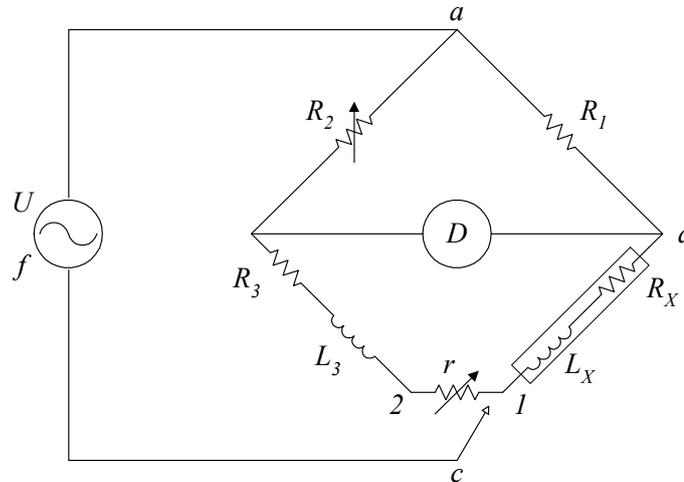


Figura 5.5: Esquema circuitual de un puente para medir inductancias por comparación.

En la disposición típica que se muestra en la figura 5.5., el resistor r variable se conecta sea a la rama 3, sea a la X , según cual de las dos posea un factor de mérito Q mayor. Casi siempre se prescinde de la alternativa de emplear dos resistores, en la rama 3 y en la X , por el hecho de que no pueden variarse ambos para llegar al equilibrio en un dado puente, en virtud de que en tal caso el ángulo de convergencia resultante sería 0 como veremos.

Las ecuaciones de equilibrio son las siguientes:

llave en 1, $Q_X < Q_3$:

$$\begin{cases} R_X = \frac{R_1}{R_2} * (R_3 + r) \\ L_X = \frac{R_1}{R_2} * L_3 \end{cases}$$

llave en 2, $Q_X > Q_3$:

$$\begin{cases} R_X = \frac{R_1}{R_2} * (R_3 - r) \\ L_X = \frac{R_1}{R_2} * L_3 \end{cases} \quad (5.27)$$

Como puede interesarnos medir en condiciones de servicio haremos que R_1 sea fija, por lo que quedan como únicas alternativas de elementos variables R_2 y r .

El puente que hemos estudiado presenta el inconveniente de requerir de un inductor patrón con lo que su exactitud es sólo moderada, además de presentar problemas de blindaje más difíciles de resolver que en puentes que poseen sólo R y C , por lo que éstos constituyen las alternativas preferidas.

5.3.2. Puentes para medir inductores empleando capacitores

Existen varios circuitos puente en uso, siendo sus diferentes configuraciones motivadas por razones de exactitud en la determinación de determinado parámetro o por simplicidad o economía en su diseño. Llegaremos a las configuraciones más comunes partiendo de los

requisitos que se imponen a cada una de ellas. Supondremos en todos los casos que la incógnita se coloca en la rama 4 y adoptaremos para ella un circuito equivalente serie.

5.3.2.1. Puente de Maxwell

Si se tienen en cuenta las condiciones de exactitud más arriba expuestas, la alternativa inmediata para armar un puente que permita medir un inductor real es una que posea un solo capacitor, colocado en la rama opuesta a la de la incógnita, esto es, la 2.

Como el ángulo de Z_X es menor de 90° será necesario colocar un resistor en la rama en la que se ubica el capacitor. El puente de Maxwell coloca dicho resistor *en paralelo con el capacitor*, que es *fijo* por razones de exactitud. Su esquema es el siguiente:

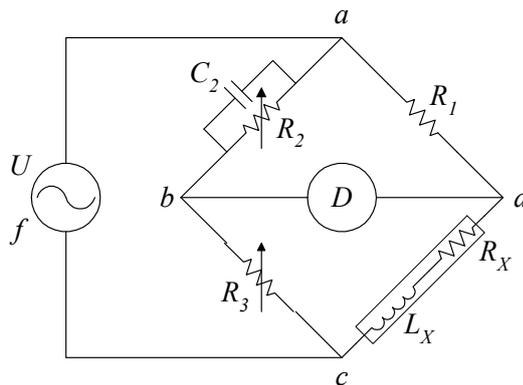


Figura 5.6: Esquema circuital del puente de Maxwell.

Las ecuaciones de equilibrio resultan:

$$\begin{cases} R_X = \frac{R_1}{R_2} * R_3 \\ L_X = R_1 * R_3 * C_2 \end{cases} \quad (5.28)$$

de donde:

$$Q_X = \omega * R_2 * C_2 \quad (5.29)$$

Para seleccionar los elementos variables tendremos en cuenta las condiciones de medición, de donde fácilmente puede deducirse cuáles serán los elementos que *necesariamente deben ser fijos* y que en nuestro caso son los siguientes por las razones que se apuntan:

- C_2 : por razones de exactitud,
- R_1 : teniendo en cuenta que si se desea medir en condiciones de servicio pueden llegar a circular por él corrientes importantes.

Quedan en consecuencia sólo R_2 y R_3 que, por tanto, serán variables.

El circuito que estamos considerando presenta un inconveniente cuando se trata de medir incógnitas con factores de mérito muy altos: en tal caso el ángulo de la impedancia de la rama X es cercano a 90° (si $Q = 20$, $\varphi = 87,1^\circ$), de modo que la rama 2 debe tener un ángulo similar

capacitivo, por lo que R_2 debe tomar valores que resultan imprácticos desde el punto de vista de su factibilidad de construcción, la solución entonces pasa por colocar R_2 en serie con C_2 , en vez de en paralelo, con lo que se llega a la configuración llamada de Hay.

Los valores de Q máximos medibles en esta configuración son del orden de 10.

5.3.2.2. Puente de Hay

El razonamiento efectuado al tratar el puente de Maxwell permite llegar en forma natural al puente de Hay, cuyo circuito se presenta en la figura siguiente:

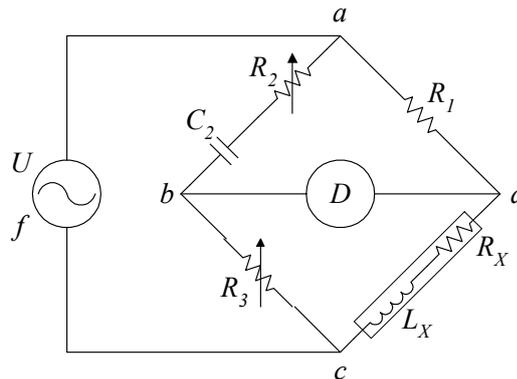


Figura 5.7: Esquema circuital del puente de Hay.

La discusión hecha en el de Maxwell respecto de los elementos variables es enteramente aplicable aquí, por lo que no se repetirá. Los dos elementos variables son R_2 y R_3 , y las ecuaciones de equilibrio resultan:

$$\begin{cases} R_X = \frac{\omega^2 * C_2^2 * R_1 * R_2 * R_3}{(1 + \omega^2 * C_2^2 * R_2^2)} \\ L_X = \frac{R_1 * R_3 * C_2}{(1 + \omega^2 * C_2^2 * R_2^2)} \end{cases} \quad (5.30)$$

Por primera vez aparece en forma explícita en las ecuaciones de equilibrio la frecuencia, por lo que surge la duda respecto de hasta qué punto el error en f (o en ω), afectará al resultado. Si se tiene en cuenta que $Q_X = (\omega * R_2 * C_2)^{-1}$, resulta que el divisor de las (5.30) puede expresarse como $(1 + Q_X^{-2})$, por lo que aún con factores de mérito relativamente pequeños, el término Q_X^{-2} resulta despreciable frente a la unidad, lo que hace que el error de f prácticamente no pese en el error total con que se conocen los parámetros de la incógnita.

Ejemplo 5.1

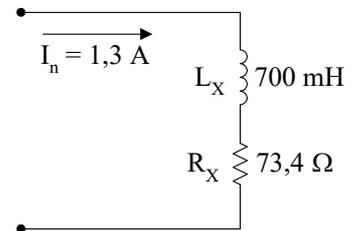
Se desea medir la impedancia de cortocircuito de un transformador monofásico de las siguientes

características de placa:

- Potencia nominal: 10 kVA
- Corriente nominal: 1,3/43 A
- Frecuencia nominal: 50 Hz

- Relación: 7620/231 V
- Tensión de cortocircuito: 4,0 % (valor necesario para poder calcular la impedancia de cortocircuito de un transformador)

La medición debe efectuarse a la corriente nominal, desde el lado de alta tensión. El circuito equivalente aproximado de la impedancia a medir es el que se muestra en la figura.



a) ¿Cuál es el circuito de medición que utilizaría, si dispone de los elementos que más abajo se detallan?

b) ¿Cómo expresaría el resultado final de las mediciones (L_x y R_x), si los valores obtenidos para las incógnitas fuesen los mostrados en la figura?

Justifique adecuadamente cada una de sus respuestas.

Elementos disponibles

- Fuente de tensión alterna (50 Hz), variable de 0 a 500 V, $I_{m\acute{a}x} = 2$ A.
- Resistores fijos (uno de cada uno): 1, 10 y 100 Ω , $e_R = \pm 0,05\%$, $P_{adm} = 2$ W.
- Resistores de décadas: (10x10000 ; 10x1000 ; 10x100 ; 10x10 ; 10x1) Ω , tolerancia $\pm 0,2\%$ para la década de 1 Ω y $\pm 0,1\%$ para las restantes, $P_{adm} = 0,25$ W.
- Capacitores fijos (uno de cada uno): 0,1 , 1 y 10 μF , $e_C = \pm 0,2\%$, $U_{adm} = 500$ V.
- Capacitores de décadas: (10x0,1 ; 10x0,01 ; 10x0,001 ; 10x0,0001) μF , tolerancia $\pm 1,2\%$ para la década de 0,0001 μF y $\pm 0,8\%$ para las restantes, $U_{adm} = 500$ V.
- Osciloscopio detector de cero, para 50 o 60 Hz, impedancia de entrada 1 $\text{M}\Omega // 30$ pF, resolución 40 μV .

Solución

A fin de determinar, al menos inicialmente, cual de las configuraciones puente vistas antes se empleará, calcularemos el factor de mérito aproximado de la impedancia incógnita:

$$Q = \frac{\omega L_X}{R_X} \approx 3,$$

con lo cual optaremos por el puente de Maxwell (figura 5.6).

Para la elección de los elementos del puente podemos comenzar, por ejemplo, con los que serán fijos, R_1 o C_2 . En particular, dado que R_1 deberá soportar la corriente nominal del elemento a medir (1,3 A), y que los resistores fijos de que se dispone son de 2 W de P_{adm} , deberá cumplirse que:

$$P_{R_1} = I_n^2 * R_1 \leq 2\text{W} \Rightarrow R_1 \leq 1,2\Omega,$$

con lo que queda determinado que deberemos utilizar el resistor fijo de 1 Ω .

Nota: cabe aclarar que, de no existir el requerimiento de medir a una dada corriente ($I_{nominal}$ para este caso), podríamos haber comenzado eligiendo el valor de R_1 en función del criterio enunciado en el punto 5.2, es decir tratando de conseguir que el factor del puente (f_p) sea lo más pequeño posible. Deberemos verificar luego, que esto sea compatible con los valores resultantes para los demás elementos del puente.

Si deseamos ahora seleccionar el valor de C_2 , podríamos hacerlo mediante la ecuación de equilibrio para la inductancia, teniendo en cuenta que deberemos utilizar la mayor cantidad de décadas posibles para R_3 . Así, a partir de la última ecuación de las (5.28), hallamos:

$$R_3 = \frac{L_X}{R_1 * C_2} \approx \frac{0,7}{C_2},$$

con lo cual, para los tres capacitores disponibles, tenemos:

C_2 [μ F]	R_3 [Ω]
0,1	$7 \cdot 10^6$
1	$7 \cdot 10^5$
10	$7 \cdot 10^4$

Como vemos, sólo el último de los valores de R_3 es conseguible con los resistores disponibles.

Restaría ahora calcular cual será el valor a asignar a R_2 . De la expresión (5.28):

$$R_2 = \frac{R_1 * R_3}{R_X} \approx \frac{1 * 7 \cdot 10^4}{73,4} = 954 \Omega$$

Resumiendo, los valores que daremos, en principio, a cada uno de los componentes de las distintas ramas del puente, serán:

$$R_1 = 1 \Omega \quad ; \quad R_2 \approx 954 \Omega \quad ; \quad R_3 \approx 70 \text{ k}\Omega \quad \text{y} \quad C_2 = 10 \mu\text{F}.$$

Con ellos, y teniendo en cuenta que debemos medir la incógnita a su corriente nominal (1,3 A), podremos estimar la tensión de alimentación (U) necesaria. Así, será:

$$|\dot{U}| = |R_1 + \dot{Z}_X| * I_n \approx 300\text{V}$$

Antes de proceder al armado del puente, deberíamos verificar que esta tensión no supere la máxima tolerable por las ramas 2-3, cosa que para este caso se cumple.

Por otra parte, para poder calcular los errores de medición (suponiendo que los valores obtenidos en la medición para las incógnitas fuesen los mostrados en la figura), sólo sería necesario aplicar el concepto de propagación visto en el Capítulo 1 a las expresiones (5.28). Tendríamos que tener en cuenta además que, como método de cero, existirá también un error de insensibilidad (e_i), que podremos calcular a partir de las ecuaciones (5.25) y (5.26). Los errores totales serán entonces:

$$e_{R_X} = \pm(e_{R_1} + e_{R_2} + e_{R_3} + e_{i_{R_X}})$$

y

$$e_{L_X} = \pm(e_{R_1} + e_{R_3} + e_{C_2} + e_{i_{L_X}})$$

Verificando fácilmente que el error de insensibilidad es despreciable en ambos casos, tenemos que:

$$e_{R_X} = \pm 0,25\% \quad \text{y} \quad e_{L_X} = \pm 0,35\%,$$

con lo cual podemos expresar R_X y L_X como:

$$R_X = (73,4 \pm 0,2) \Omega \quad \text{y} \quad L_X = (700 \pm 2) \text{mH},$$

y, teniendo en cuenta la (5.29):

$$Q_X = (2,996 \pm 0,009) \Omega$$

5.3.3. Puentes para medir capacidades

5.3.3.1. Puente de comparación de capacidades

Su circuito típico es el siguiente:

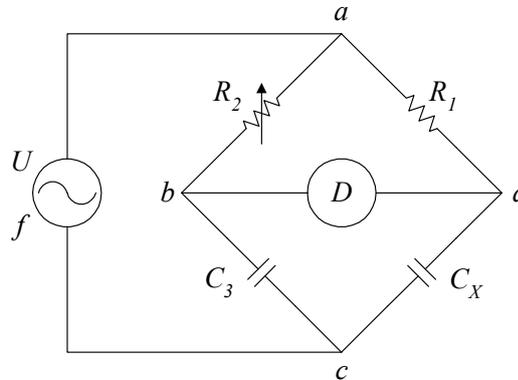


Figura 5.9: Esquema circuitual de un puente para medir capacidades por comparación.

Admitiendo que el capacitor incógnita sea representable por uno ideal, una de las condiciones de equilibrio, la que corresponde a igualdad de la suma de los argumentos de ramas opuestas se da naturalmente, por lo que, en principio bastará con que el puente posea sólo un elemento de ajuste, que por razones de exactitud será uno de los resistores de las ramas de esas características.

La aplicación de un circuito de este tipo queda limitada, como elemento de medida, a capacitores que puedan, en las condiciones de medición, asimilarse a ideales.

La condición de equilibrio es:

$$C_X = \frac{R_2}{R_1} * C_3 \quad (5.31)$$

5.3.3.2. Puente de Schering

Es el puente para medir capacidades más difundido en las aplicaciones de baja frecuencia. Posee como ventaja saliente la de permitir medir en condiciones de servicio, esto es con la tensión de trabajo aplicada a la incógnita.

Las impedancias de las distintas ramas se eligen de tal modo que la tensión máxima que cae en las ramas 3 y 4, no exceda de alguna decena de Volts, aún cuando se tenga aplicada alta tensión a las ramas 1 y X.

El circuito básico es el que se muestra a continuación:

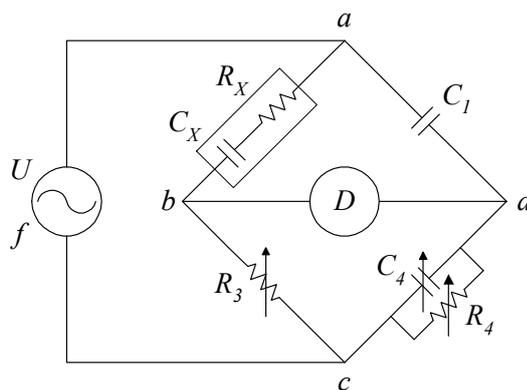


Figura 5.10: Esquema circuital del puente de Schering.

Las ramas 1 y X, ambas a la misma tensión, como es obvio, frecuentemente se encuentran alejadas de las 3 y 4, que junto con el detector de cero se hallan a baja tensión, muchas veces en un recinto separado de las anteriores.

Las ecuaciones de equilibrio son las siguientes:

$$\begin{cases} C_X = \frac{C_1 * R_4}{R_3} \\ \text{tg } \delta_X = \omega * R_4 * C_4 \end{cases} \quad (5.32)$$

Con respecto a la selección de elementos variables, si se aplican aquí las consideraciones más arriba hechas, se obtiene lo siguiente:

- C_1 debe ser fijo, por razones de exactitud y por la imposibilidad física de construir un capacitor de alta tensión variable. Los puentes convencionales poseen generalmente varios capacitores de diferentes tensiones que se emplean en función de la tensión a que deba hacerse la medida.
- Los restantes elementos se encuentran a baja tensión y en lo que respecta a C_4 , no interviene en la determinación de C_X , pero sí en la de $\text{tg } \delta_X$, por lo que debe ser variable, R_3 y R_4 se hacen ambas variables. Observando las (5.27), se aprecia que si R_3 y C_4 son décadas, se puede llegar a definir las incógnitas sin problema.

Frecuentemente, como uno de los parámetros de mayor interés es $\text{tg } \delta_X$, se gradúa a R_4 de tal manera que el producto $\omega * R_4$ sea, a una determinada frecuencia, una potencia de 10, con lo que se facilita la lectura de $\text{tg } \delta_X$, sobre todo en los casos de puentes destinados a medidas industriales; así, es frecuente encontrar valores de R_4 tales como $100/\pi \Omega$, $1000/\pi \Omega$, etc.

En el Anexo I se presentan los puentes de Schering con derivadores y con transformadores de corriente, aptos para medir con elevadas corrientes (hasta algún kA)

Ejemplo 5.2

Se tiene un capacitor cuyos valores característicos son los siguientes: $C_X = 1000 \text{ pF}$, $\text{tg } \delta_X \approx 12 \cdot 10^{-3}$, $U_{\text{nominal}} = 1 \text{ kV}$, $f_{\text{nominal}} = 50 \text{ Hz}$.

Se pretende, en condiciones nominales de tensión y frecuencia, medir su capacidad y $\text{tg } \delta$ con el menor error posible.

a) ¿Cuál es el circuito puente de medición que utilizaría, si dispone de los elementos que más abajo se detallan?

b) ¿Cómo expresaría el resultado final de las mediciones, si los valores obtenidos para la incógnita fuesen los dados más arriba?

Elementos disponibles

- Fuente de tensión alterna (50 Hz), variable de 0 a 2000 V, $I_{\text{máx}} = 0,5$ A.
- Resistores fijos (uno de cada uno): $10/\pi$, $100/\pi$ y $1000/\pi$ Ω , $e_R = \pm 0,1$ %, $P_{\text{adm}} = 0,25$ W.
- Resistores de décadas: (10x100 ; 10x10 ; 10x1 ; 10x0,1) Ω , tolerancia $\pm 0,5$ % para la década de 0,1 Ω y $\pm 0,2$ % para las restantes, $P_{\text{adm}} = 0,25$ W.
- Capacitores fijos: 1000 pF, $e_C = \pm 0,2$ %, $\text{tg } \delta < 10^{-5}$, $U_{\text{adm}} = 2$ kV y 5 nF, $e_C = \pm 0,2$ %, $\text{tg } \delta < 10^{-5}$, $U_{\text{adm}} = 500$ V.
- Capacitores de décadas: (10x0,1 ; 10x0,01 ; 10x0,001 ; 10x0,0001) μF , tolerancia $\pm 0,8$ % para la década de 0,0001 μF y $\pm 0,5$ % para las restantes, $U_{\text{adm}} = 500$ V.
- Osciloscopio detector de cero, para 50 o 60 Hz, impedancia de entrada 1 M Ω // 30 pF, resolución 40 μV .

Solución

Dado que el capacitor a medir no puede considerarse ideal, el esquema puente adoptado será el de Schering.

Para la elección de los elementos del puente podemos comenzar, teniendo en cuenta que disponemos sólo de un capacitor fijo con tensión admisible mayor que 1 kV (C_1 será igual a 1000 pF), analizando la primera de las expresiones (5.32), y buscando como objetivo utilizar la mayor cantidad de décadas posibles de R_3 . Así, las combinaciones posibles, con los elementos disponibles, serán:

R_4 [Ω]	R_3 [Ω]
$10/\pi$	3,2
$100/\pi$	31,8
$1000/\pi$	318,3

Como vemos, la combinación a elegir será la obtenida en último término.

Restaría ahora calcular cual será el valor a asignar a C_4 . De la segunda expresión (5.32):

$$C_4 = \frac{\text{tg } \delta_X}{\omega * R_4} = 0,12 \mu\text{F}$$

Resumiendo, los valores que daremos, en principio, a cada uno de los componentes de las distintas ramas del puente, serán:

$$C_1 = 1000 \text{ pF} \quad ; \quad R_3 \approx 318,3 \Omega \quad ; \quad R_4 = 1000/\pi \Omega \quad \text{y} \quad C_4 = 0,12 \mu\text{F}.$$

Con ellos, y teniendo en cuenta que debemos medir la incógnita a su tensión nominal (1 kV), tendríamos que verificar que no se sobrepasen las corrientes admisibles de los resistores R_3 y R_4 , ni la tensión máxima de C_1 , lo que para este caso se cumple.

Por otra parte, para poder calcular los errores de medición (suponiendo que los valores obtenidos en la medición para las incógnitas fuesen los indicados en el enunciado del presente ejemplo), sólo sería necesario aplicar el concepto de propagación visto en el Capítulo 1 a las expresiones (5.32).

De la misma forma que en el ejemplo 5.2, tendríamos que tener en cuenta además que, como método de cero, existirá también un error de insensibilidad (e_i). A partir de las ecuaciones (5.25) y (5.26), podemos comprobar que éste también es despreciable para el presente ejemplo.

Los errores totales serán entonces:

$$e_{C_x} = \pm(e_{C_1} + e_{R_3} + e_{R_4}) = \pm 0,3\%$$

y

$$e_{\text{tg} \delta_x} = \pm(e_{R_4} + e_{C_4}) = \pm 0,6\%$$

Con lo cual podemos expresar C_x y $\text{tg} \delta_x$ como:

$$C_x = (1000 \pm 3) \text{ pF} \quad \text{y} \quad \text{tg} \delta_x = (12,00 \pm 0,07) \cdot 10^{-3}$$

5.4. Eliminación del efecto de capacidades parásitas. Circuitos de tierra especiales.

Hasta ahora hemos considerado que los distintos elementos que componen las ramas de un puente eran puros, y los supusimos concentrados en un determinado punto. No es así, sin embargo, el caso real:

- los elementos que forman las ramas. por ejemplo las resistencias, son en realidad elementos *predominantemente resistivos* a la frecuencia de trabajo y en las condiciones de operación para las que el equivalente vale. Sin embargo poseen L y C , que se pondrán más o menos de manifiesto según las condiciones de operación;
- los conexiones del puente están formados por elementos que no pueden considerarse ideales, sino que son circuitos con constantes distribuidas, algunas de las cuales pueden ser de peso en condiciones de operación particulares.

Para evitar los efectos de ambas causas existen técnicas especiales: blindajes y circuitos de tierra especiales. Analizaremos su razón de ser.

5.4.1. El circuito de tierra de Wagner

Los problemas que antes se esbozaron son particularmente críticos cuando se trata de medir impedancias muy elevadas (recordar lo ya dicho cuando se habló del tema resistencias de alto valor), o en las mediciones de alta exactitud. Una de las capacidades parásitas que más problemas ocasiona es la que existe entre el detector de cero y la tierra, como se aprecia en la siguiente figura 5.11.

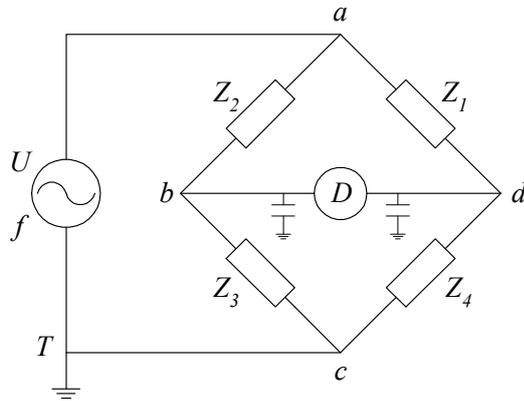


Figura 5.11: Presentación del problema ocasionado en un puente de c.a., debido a las capacidades parásitas entre el detector y la tierra.

Las capacidades C_{bT} y C_{dT} , a menos que estén en la misma relación que la Z_3 y Z_4 , afectarán la condición de equilibrio del puente, pues aparecen en paralelo con ellas. Si la tierra puede levantarse, es posible eliminar su efecto mediante un circuito particular, que recibe el nombre de circuito de tierra de Wagner:

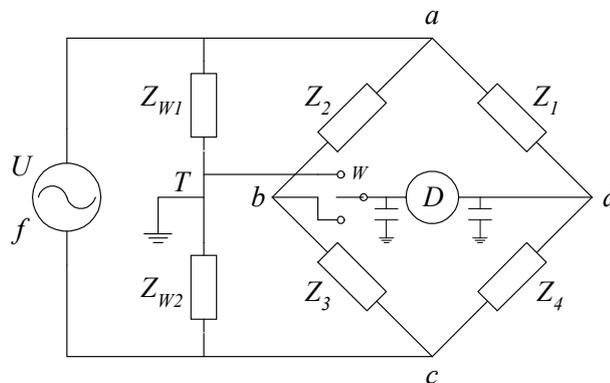


Figura 5.12: Esquema del circuito de tierra de Wagner.

Se distinguen dos puentes: uno, el original, y otro el que forman las ramas Z_1 y Z_X con Z_{W1} y Z_{W2} . El equilibrio se logra por pasos:

- Con la llave L se conecta el detector a la posición P y se hace un primer ajuste, luego se pasa a W y se vuelve a buscar el equilibrio, se repite la operación en P , nuevamente en W y así sucesivamente hasta que el equilibrio subsista al cambiar la llave de una posición a la otra. En estas condiciones la diagonal del puente está al potencial de la tierra, sin vinculación conductiva alguna con ella, y por lo tanto C_{bT} y C_{dT} no juegan ningún papel en el equilibrio.

Sin duda Z_{W1} y Z_{W2} deben duplicar un par de ramas del puente, para lograr que el que queda formado con Z_1 y Z_X , en el caso de la figura, resulte equilibrable. Es claro que el razonamiento sería análogo si las ramas duplicadas hubieran sido las 2 y 3, respectivamente. La elección de qué par debe duplicarse se realiza teniendo en cuenta exclusivamente consideraciones de simplicidad. En cuanto a la exactitud que se les exige, es sólo moderada, ya que no aparecen en las condiciones de equilibrio del puente.

Si se analiza en detalle la figura 5.12 se encuentra una ventaja adicional de este circuito de tierra: las capacidades desde a y d a la tierra no juegan ningún papel en el equilibrio del puente real, y pesan sólo en el ajuste de la rama de Wagner.

Como ejemplo de lo dicho se presenta en la figura siguiente una aplicación de tierra de Wagner a un puente de Maxwell. Es evidente que si bien no hay inconvenientes desde el punto de vista teórico para duplicar la rama RL , consideraciones de índole práctica aconsejan que las ramas a duplicar sean las que poseen R y C .

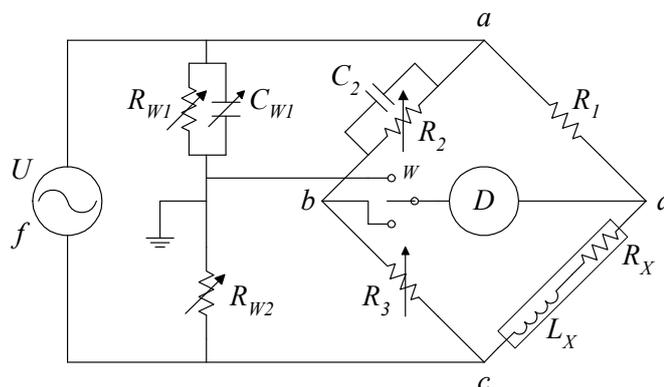


Figura 5.13: Esquema de un circuito de tierra de Wagner para un puente de Maxwell.

En el caso extremo la rama de Wagner podría ser sólo resistiva, si lo que se desea es un equilibrio nada más que aproximado en la primera etapa.

5.4.2. Circuitos de guarda y blindaje de elementos

Cuando se habló de los resistores de muy alto valor, se indicó que a menos que se recurriera al uso de un tercer terminal, su caracterización con exactitud apreciable resultaba imposible.

Las impedancias de muy alto valor, obligan, para su correcta definición, al empleo de esquemas de tres terminales, el tercero de los cuales generalmente se llama "guarda".

Cuanto más alto es el valor de una dada impedancia en las condiciones en que interesa su definición, tanto más difícil se hace ignorar los efectos parásitos, que pueden alterar completamente su comportamiento.

Una de las causas más frecuentes de error en la definición de una impedancia es el acoplamiento eléctrico o magnético de la misma con el entorno que la rodea. Si bien ambos conceptos deben estudiarse, en sentido estricto, como interdependientes, podemos hablar de acoplamiento eléctrico y magnético entre los elementos de un puente.

El campo magnético está presente toda vez que tengamos un conductor recorrido por una corriente, o una bobina en un circuito. Sus efectos pueden minimizarse, en el caso de las bobinas, con una adecuada disposición de las mismas (ejes a 90°), con su forma (es particularmente apta la forma toroidal para reducir el flujo disperso), o con blindaje.

Esto último se puede lograr mediante un material de alta permeabilidad que rodee completamente al elemento a blindar. Muchas veces, en frecuencias elevadas, se recurre a hojas de material de alta conductividad eléctrica. Las corrientes parásitas en él inducidas tendrán un efecto desmagnetizante, que hace que el campo más allá del blindaje tienda a anularse.

Con las bajas corrientes que usualmente se manejan en un puente de corriente alterna, el problema de los campos magnéticos, salvo el caso del empleo de bobinas, no es grave. Sí lo es el

del campo eléctrico, ya que existe una capacidad de elemento a elemento, y de circuito a circuito, y de éstos a tierra y a los objetos que se encuentran en las vecindades.

La primera solución que viene en mente es alejar entre sí las partes que se encuentran a distintos potenciales durante la operación, pero inmediatamente se comprende que ésta no es la solución general, sin mencionar que el agrandamiento de las dimensiones físicas trae aparejado un consiguiente incremento de la inductancia del circuito. La solución, también aquí, es emplear un blindaje, que si bien no disminuirá las capacidades parásitas, es más, casi siempre las incrementará, permitirá concentrarlas en puntos conocidos del circuito en los que sus efectos sean predecibles, manteniendo sus valores estables.

Como se comprende, este tema es de complejidad elevada, y a esta altura de nuestro estudio lo único que haremos, además del muy elemental análisis cualitativo que precede, será el ver cómo se deben conectar los bornes de un elemento de tres terminales a un circuito puente para que la medida esté en lo posible libre de los errores que resultan de ignorar la presencia de elementos parásitos.

En la siguiente figura se aprecia cuál es el esquema de resistores y capacitores con tres terminales:

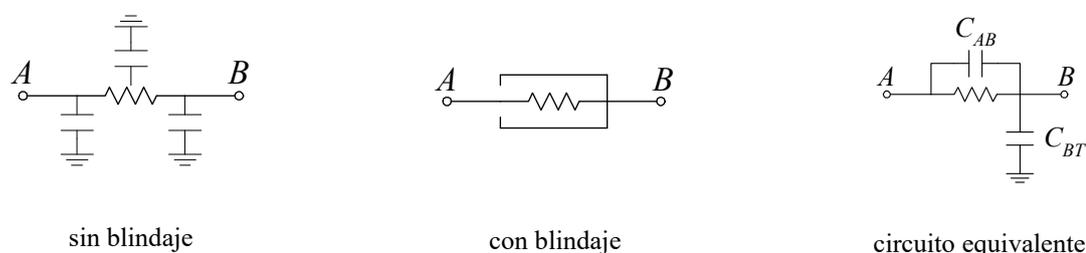


Figura 5.14: Esquemas circuitales de blindaje de resistores.

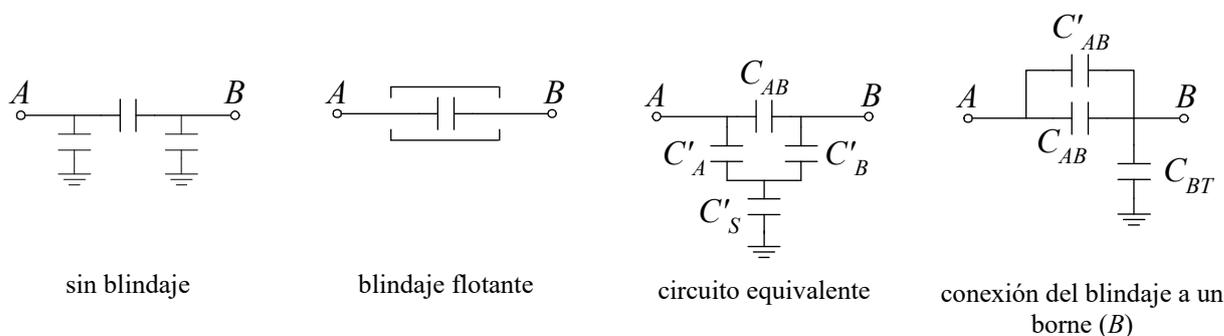


Figura 5.15: Esquemas circuitales de blindaje de capacitores.

El problema que aparece es cómo se deben conectar los distintos bornes en un circuito puente para que la medida sea la buscada.

5.5. Conexión de elementos de tres terminales en un puente

Nos referiremos a capacitores, sin que esto quite generalidad a la discusión. Como sabemos, la presencia del tercer terminal obedece a la necesidad de mantener definido el valor de la incógnita. En ciertos casos, como el de la medición de la capacidad de una muestra de aislante (recordar lo visto cuando se habló del tema de las resistencias de superficie y de volumen),

existen condicionantes respecto de cuál debe ser la diferencia de potencial que exista entre cada uno de los electrodos. Así, en la siguiente muestra de material aislante, entre el borne B y el G no debe existir diferencia de potencial, con el fin de lograr que el campo eléctrico en la zona donde se efectuará la medida no se deforme, lo que alteraría el resultado, si lo que se desea es medir la capacidad y $\text{tg } \delta$ en condiciones de campo uniforme, que suelen ser las más comunes. Esto impone una restricción extra a las posibilidades de conexión de la guarda.

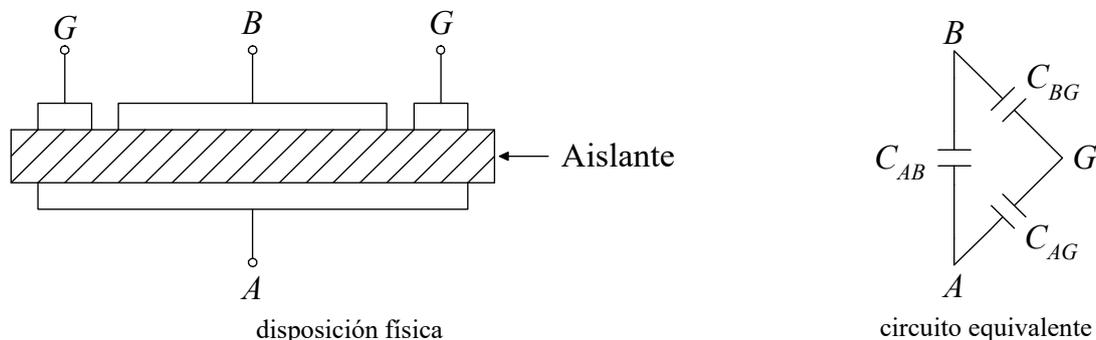


Figura 5.16: Esquema de conexión para la medición de capacidad y $\text{tg } \delta$ de una muestra de material aislante.

Veremos ahora de qué manera se puede colocar el tercer terminal en un circuito puente. Sin duda la respuesta pasará por tener en cuenta que las capacidades indeseadas deben quedar *en una de las diagonales del puente*. Si ésta es la de la fuente, el error simplemente será inexistente. Si en cambio es la del detector de cero, si bien no influirá en la condición de equilibrio, puede llegar a pesar en la sensibilidad del método.

En la figura 5.17 se presenta un esquema de conexión de un capacitor de tres terminales en un puente provisto de un circuito de guarda:

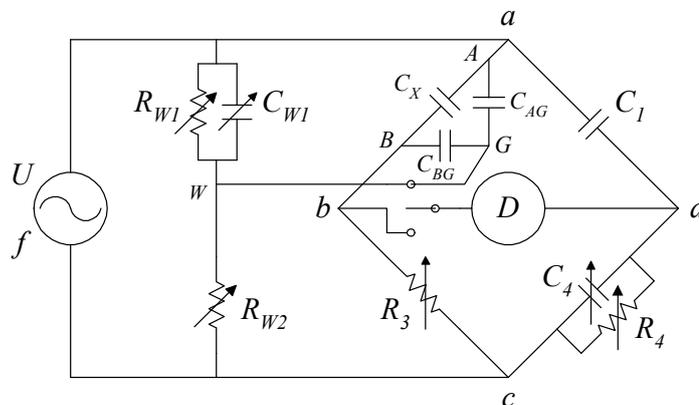


Figura 5.17: Esquema circuital para la medición de un capacitor de tres terminales, en un puente provisto con circuito de guarda.

Cuando se logra el equilibrio b y w están al mismo potencial, luego C_{BG} no juega ningún papel en el mismo. C_{AG} , por su parte, está directamente en paralelo con C_W , por lo que interviene sólo en el balance de la rama auxiliar, pero no en el de $C_4 \equiv \text{tg } \delta_X$.

El circuito anterior puede considerarse típico. Se debe notar que se logra con los mismos elementos de una rama de Wagner. Un efecto análogo puede lograrse si se conecta entre d y tierra un generador variable en módulo y fase, que permita llevar el potencial del punto w al valor deseado.

En la figura siguiente se aprecia un esquema equivalente de conexión en un puente pensado para medir una muestra de un dieléctrico armada con tres terminales. Se aprecia que en la condición de equilibrio B y G están al mismo potencial.

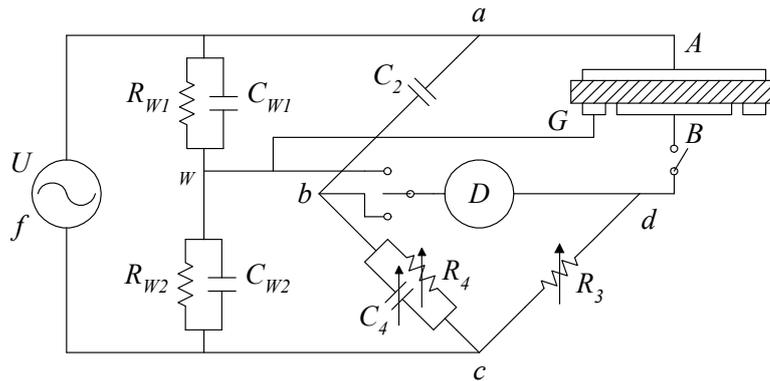


Figura 5.18: Esquema de conexión para la medición de capacidad y $\text{tg } \delta$ de una muestra de material aislante, en un puente provisto con circuito de guarda.

5.6. Referencias bibliográficas

- [1] Stout, Melville B.: “Basic Electrical Measurements”, Prentice Hall, 1969.
- [2] Hague, B.: “A. C. Bridge Methods”, Sir Isaac Pitman & Sons, 1946.
- [3] Wolf, S., Smith, R. F. M.: “Guía para mediciones electrónicas y prácticas de laboratorio”, Prentice-Hall, 1992.
- [4] Tettex A.G. Zürich: “Pont de mesure de précision commutable pour la haute et basse tension, selon Prof. Dr. H. Schering. Type 2801. Description et prescription de service.”

Anexo I

Puentes de Schering para altas corrientes [4]

5.I.1. Esquema eléctrico de un puente de Schering con derivador

En la figura 5.I.1 se presenta un esquema de conexión típico de un puente de Schering con derivador.

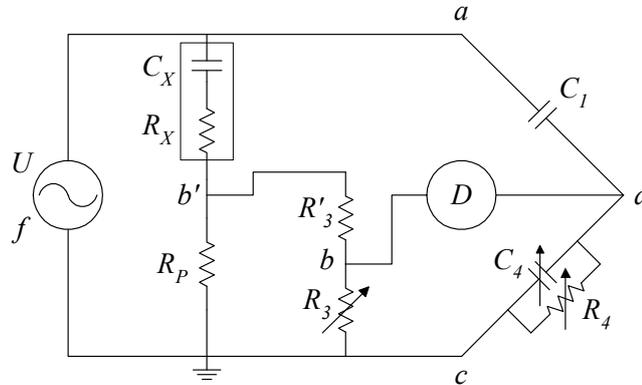


Figura 5.I.1: Esquema circuital de un puente de Schering con derivador.

Las ecuaciones de equilibrio correspondientes al circuito anterior, son las siguientes:

$$\begin{cases} C_X = \frac{C_1 * R_4 * (100 + R_3)}{R_p * R_3} \\ \text{tg } \delta_X = \omega * R_4 * \left[C_4 - C_1 * \frac{(100 - R_p)}{R_3} \right] \end{cases} \quad (5.I.1)$$

5.I.2. Esquema eléctrico de un puente de Schering con transformador

En la figura 5.I.2 se presenta un esquema de conexión típico de un puente de Schering con transformador.

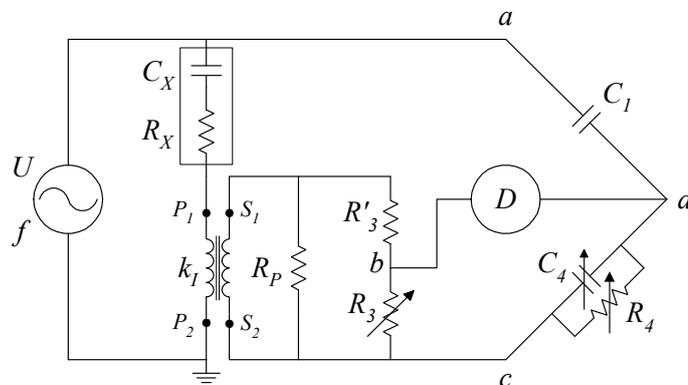


Figura 5.I.2: Esquema circuital de un puente de Schering con transformador.

Las ecuaciones de equilibrio correspondientes al circuito anterior, son las siguientes:

$$\begin{cases} C_X = k_I * \frac{C_1 * R_4 * (100 + R_3)}{R_p * R_3} + k_I * C_1 \\ \operatorname{tg} \delta_X = \omega * R_4 * \left[C_4 - C_1 * \frac{(100 - R_p)}{R_3} \right] \end{cases} \quad (5.I.2)$$

donde k_I es la relación del transformador.